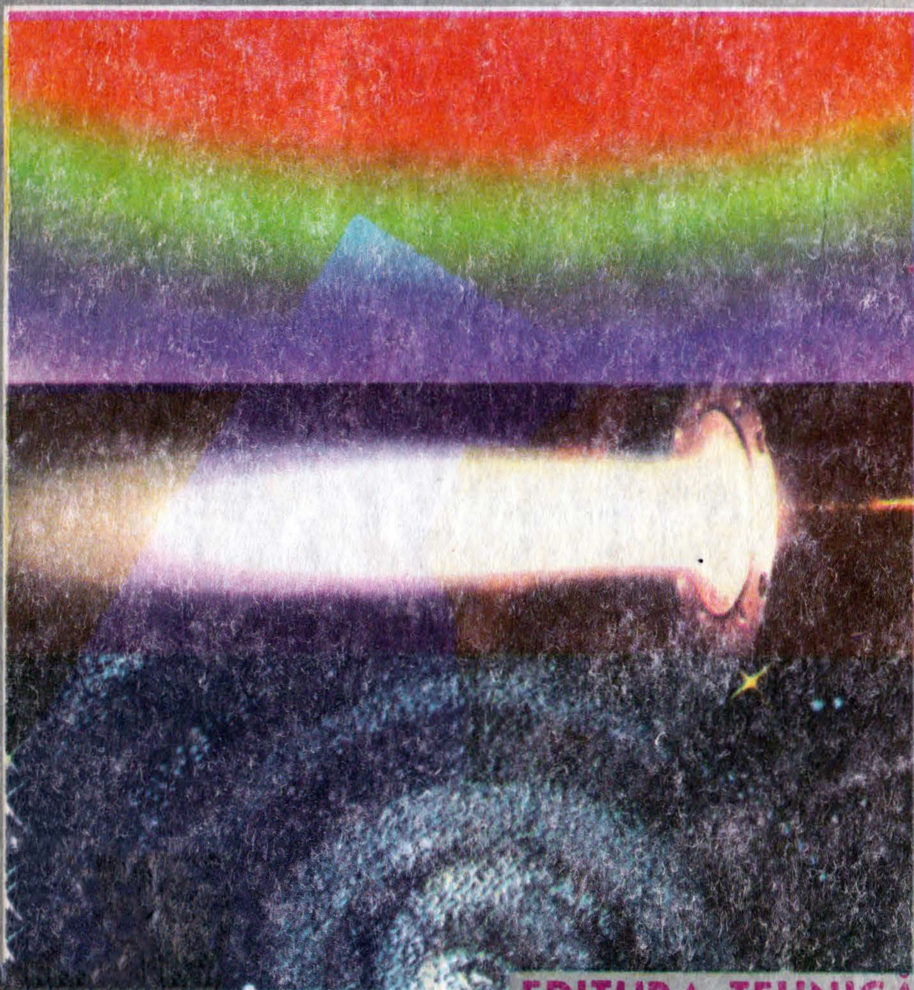
Adelina Georgescu

SINERGETICA

o nouă sinteză a științei



EDITURA TEHNICĂ

Ştiinţa şi tehnica pentru toţi

Colecția „ȘTIINȚA ȘI TEHNICA PENTRU TOȚI"

Seria „Tehnica la zi"

Apariții 1986

Turbuț S.	DIRIJAREA CIRCULAȚIEI TRENURILOR
Baciu A.	ENERGIA ELECTRICĂ ȘI VIAȚĂ
Mihalcu M.	CE SÎNT MATERIALE PLASTICE ARMATE
Isaic-Maniu Al., VODĂ V.	FIABILITATEA – ȘANSĂ ȘI RISC
Teodorescu H. ș.a.	COMUNICAREA ORALĂ OM–MAȘINĂ
Berinde V.	RECUPERAREA, RECONDIȚIONAREA ȘI REFOLOSIREA PIESELOR
Marinescu, N.I.	PRELUCRĂRI CU ULTRASUNETE

Redactor: **Valentina Crețu**
Tehnoredactor: **V. E. Ungureanu**
Coperta: **Simona Dumitrescu**

Bun de tipar: 19. I. 1987.
Coli de tipar: 9,25
C.Z.: 001.5 : 005

Tiparul executat sub comanda 554 la
ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ CLUJ
Municipiul Cluj-Napoca
B-dul Lenin 146
Republica Socialistă România



Dr. Adelina Georgescu

SINERGETICA-
O NOUĂ SINTEZĂ
A ŞTIINŢEI



EDITURA TEHNICĂ
Bucureşti – 1987

COLECȚIA „ȘTIINȚA ȘI TEHNICA PENTRU TOȚI"

apare sub egida

CONSILIULUI NAȚIONAL

AL

FRONTULUI DEMOCRAȚIEI ȘI UNITĂȚII SOCIALISTE

CUVÎNT ÎNAINTE

În zilele noastre, în procesul dezvoltării cunoaşterii şi creaţiei tehnico-ştiinţifice, al amplificării fără precedent a volumului de informaţii şi cunoştinţe, are loc, mai mult ca oricînd, o continuă parcelare şi îngustare a domeniului de cercetare şi a disciplinelor ştiinţifice, cu profilarea unor limbaje specifice, ermetice şi sofisticate, ceea ce face tot mai dificilă comunicarea interdisciplinară. Procesul este obiectiv, fiind legat, pe de o parte, de limitele posibilităţilor de percepere a creierului uman şi, pe de altă parte, de necesitatea aprofundării fenomenelor tot mai complexe cu care se confruntă ştiinţa contemporană, ca şi practica tehnologică, economică sau socială. În acelaşi timp, însă, fenomenele din natură şi societate au un caracter complex, îmbrăcînd aspecte multiple, şi se desfăşoară în condiţii de ample conexiuni şi interdependenţe multilaterale, care nu pot fi descifrate şi înţelese printr-o abordare unilaterală, monodisciplinară. De aceea, la început în ştiinţele sociale şi apoi şi în cele ale naturii, s-a impus tot mai mult necesitatea abordării complexe, sistemice, inter- şi multidisciplinare a problemelor, cerinţă fundamentală a dezvoltării cercetării ştiinţifice contemporane. Tipul cercetătorului izolat, care se închide în laborator şi cercetează de unul singur o anumită problemă a devenit foarte rar, nu mai corespunde cerinţelor actuale sau, în orice caz, această cale este foarte puţin eficientă în zilele noastre, în cele mai multe domenii ale ştiinţelor. Mai mult, o caracteristică a dezvoltării ştiinţei contemporane este apariţia şi constituirea de domenii ştiinţifice interdisciplinare, sau de graniţă (chimie fizică, fizică, matematică biochimie, biofizică, geofizică, bioinginerie etc.).

Totodată, ţinînd seama de caracterul complex al celor mai multe procese din natură şi societate, de evidenţierea unor legităţi comune în derularea lor, au apărut domenii şi discipline integratoare, cu caracter de sinteză, un fel de *metaştiinţe*, care îşi găsesc tot mai multe aplicaţii. Aşa au apărut teoria sistemelor, teoria informaţiei, cibernetica. Trebuie adăugat faptul că şi matematica joacă, tot mai mult, rolul de liant comun pentru multe discipline ştiinţifice, inclusiv în domeniul ştiinţelor sociale, unele din ramurile sale desprinzîndu-se, la rîndul lor, în ştiinţe de sine stătătoare.

În acest proces, în ultimii ani s-a afirmat o nouă ştiinţă, care aspiră la un asemenea rol de platformă multidisciplinară — *sinergetica*.

Definită de promotorul său — prof. Hermann Haken, de la Universitatea din Stuttgart (specialist în teoria laserilor) — ca *ştiinţa autoorganizării sau autostructurării sistemelor, independent de natura lor (fizice, chimice, biologice, sociale) pe baza conlucrării, a cooperării organice a componentelor sau subsistemelor constitutive*, sinergetica a intrat în circuitul cercetărilor ştiinţifice din ultimii 10—15 ani, captînd atenţia şi interesul unor specialişti din cele mai diverse domenii : matematicieni, fizicieni, chimişti, biologi, psihologi, neurologi, ciberneticieni, ingineri automatişti, sociologi, economişti, manageri etc.

Interesul suscitat de noua ştiinţă este motivat de noile posibilităţi deschise de modul de abordare şi analiză sinergetică a unor fenomene care se produc în sisteme complexe, deschise, îndepărtate de echilibrul termodinamic (specifice lumii vii şi sistemelor sociale, dar şi multor sisteme fizice şi chimice), care se manifestă prin apariţia la macroscară — ca efect al cooperării sincrone la microscară a componentelor individuale — a unor noi structuri spaţiale, temporale sau funcţionale, cu efecte spectaculoase pe planul eficienţei sistemelor respective. Au contribuit la promovarea acestui nou domeniu şi cercetările şcolii de fizică de la Bruxelles, conduse de I. Prigojin, cu privire la fenomenele disipative şi la termodinamica proceselor ireversibile, care au evidenţiat limitele termodinamicii clasice

și legitățile specifice sistemelor deschise, care impun o nouă metodologie de abordare.

Știință nouă, pe cale de constituire și definire, sinergetica a stîrnit și controverse, fiind încă disputate și contestate chiar și definițiile obiectului și metodologiei specifice acestei discipline. Au apărut și interpretări greșite: s-au atribuit sinergeticii pretinse supoziții privind posibilitatea obținerii de energie din nimic, sau randamente energetice supraunitare în sistemele sinergetice.

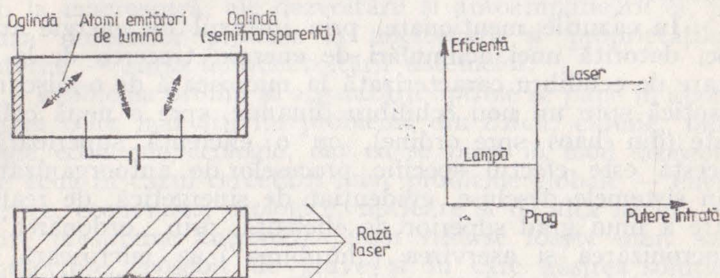


Fig. 1.

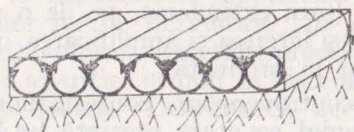


Fig. 2.

Este, probabil, o falsă interpretare a demonstrației lui H. Haken asupra fenomenului de autoorganizare a unui sistem laser cu gaz, în care, la pragul de trecere din regim de lampă (cînd are loc o mișcare dezordonată a atomilor excitați de cîmpul electromagnetic) în cel de laser (cînd mișcarea atomilor se ordonează), se produce un salt în creșterea randamentului (eficienței) sistemului (fig. 1). Similar se petrec lucrurile în cazul încălzirii uniforme a unui strat subțire de lichid în care, la început, mișcarea particulelor este haotică, pentru ca, pe măsura acumulării

de căldură, de la o anumită diferență dintre temperaturile suprafețelor superioare și inferioare ale stratului, fluidul să treacă într-o mișcare ordonată, sub formă de suluri cilindrice, care asigură un randament maxim de transfer de căldură din zona inferioară spre suprafață (fig. 2). Este momentul nodal, dialectic, pe care îl întîlnim în toate procesele din natură și societate cînd, în urma acumulărilor lente, cantitative, se produce saltul spre o nouă calitate.

În cazurile menționate, prin influxul de energie are loc, datorită unei acumulări de energie, trecerea de la o stare de echilibru caracterizată la microscară de o mișcare haotică spre un nou echilibru dinamic, spre o nouă calitate (din haos spre ordine), cu o eficiență superioară. Acesta este efectul specific proceselor de autoorganizare din sistemele deschise, evidențiat de sinergetică, de realizare a unui grad superior de eficiență, prin „ordonarea", sincronizarea și aservirea („înrobirea") la microscară a componentelor acestora unui „parametru de ordine". Este ceea ce în practica socială s-a obținut, în diferite stadii ale dezvoltării civilizației, prin organizarea diviziunii sociale a muncii (prin extinderea, pe de o parte, a specializării indivizilor și lărgirea și amplificarea, pe de altă parte, a cooperării lor în producție).

În ciuda controverselor, contestărilor și interpretărilor false, domeniul ca atare prezintă un larg interes și se impune tot mai mult în abordarea unor probleme complexe, în studiul unor sisteme mari, în modelarea matematică și fizică a acestora, în studierea proceselor neliniare (cel mai des întîlnite în practică).

Interesul pentru sinergetică este stimulat și de compararea comportamentului sistemelor existente în natură și al celor create de om. În timp ce sistemele naturale se caracterizează printr-o mare mobilitate, adaptabilitate la acțiunea factorilor externi, capacitate de autodezvoltare și autoînnoire, sistemele create de om prezintă o mare fragilitate, manifestată prin deteriorare și înrăutățire bruscă a funcționalității, chiar la modificări neînsemnate ale acțiunii factorilor externi sau ca urmare a unor deficiențe ori greșeli în conducere. De unde concluzia

firească a necesității asimilării experienței acumulate de natură în structurarea și organizarea sistemelor sale, în vederea utilizării ei în practica umană. Este ceea ce își propune sinergetica — de a descifra legile de construire a structurilor și organizării sistemelor naturale. Spre deosebire de cibernetică, atenția este de această dată îndreptată nu spre procesele de conducere și schimb de informații, ci spre principiile constituirii organizării, ale apariției ordinii la macroscară, ale dezvoltării și autoamplificării ei, pe baza proceselor produse la microscară și proprietăților interne — sursa autodezvoltării sistemelor.

Problema ordinii și organizării optime se pune în abordarea celor mai diferite probleme din fizică, chimie, biologie, economie, ecologie, dar ea se pune în mod deosebit de acut în cazul cercetării unor probleme globale — energetice, economice, ecologice, nucleare și de altă natură — care presupune antrenarea unor resurse foarte mari sau consecințe deosebit de grave și în care găsirea soluției prin metoda încercării și a învățării din greșeli este greu de admis. În acest caz apare mult mai rațional să se acționeze pornind de la cunoașterea proprietăților interne ale sistemelor, a legilor lor de dezvoltare ; în acest sens este deosebit de utilă dezvoltarea cercetării proceselor de autoorganizare, a legilor apariției ordinii în sistemele fizice, chimice, biologice și sociale. Dezvoltarea acestor cercetări a fost determinată și de apariția, în ultimele decenii, a unor instrumente moderne de analiză și investigare și, în primul rînd, a aparatului matematic legat de studierea proceselor neliniare și a metodelor de modelare matematică, facilitată de noile tehnici moderne de calcul, de apariția și extinderea utilizării calculatoarelor electronice.

Abordarea sinergetică își poate găsi numeroase aplicații și în studiul fenomenelor sociale, ca și în gestiunea și conducerea proceselor economice. Societatea umană este, prin excelență, un exemplu de sistem deschis care, întocmai ca sistemele vii, s-a dezvoltat continuu, de la microcolectivitățile primitive pînă la civilizația complexă, sofisticată din zilele noastre. În același timp, istoria civilizației demonstrează că, spre deosebire de sistemele deschise care manifestă capacitate de autodezvoltare, sistemele

închise, autarhice, care se autoclaustrează și își diminuează posibilitățile de comunicare cu lumea exterioară se autocondamnă la stagnare. Este ceea ce s-a întîmplat cu marile centre de civilizație orientală, bazate pe ceea ce Marx a denumit „mod de producție asiatic", care integraseră într-un sistem de relații tributare vechile comunități primitive de tip rural, agricol, subordonîndu-le unei suprastructuri politice, statale cu sprijinul unui sistem de exercitare a puterii definit ca „despotism oriental", societăți cu o mare stabilitate, care au subzistat de-a lungul mileniilor, dar, care, tocmai datorită caracterului lor de sisteme închise, avînd un mare coeficient de inerție, s-au dovedit impenetrabile la procesele de schimbare, de înnoire, fiind depășite de noile centre de civilizație industrială, de tip capitalist — care s-au dezvoltat la periferia lor (în Europa cîndva înapoiată și barbară). Acest fenomen manifestat la macroscară este prezent și la microscară în cazul colectivităților care manifestă spirit conservator, tendințe de izolare și închistare, ostile spiritului de colaborare și conlucrare, schimbului de idei și informații.

Lucrarea de față — a tovarășei Adelina Georgescu, specialist în domeniul mecanicii fluidelor (domeniu în care procesele neliniare formează principalul obiect al cercetărilor și activităților inginerești) — încearcă să prezinte într-un mod sintetic și, pe cît posibil, accesibil unui cerc mai larg de cititori, problematica complexă și dificilă a acestei noi discipline științifice, cu exemplificări numeroase din cîteva domenii de aplicație. Ea nu își propune și nici nu poate să epuizeze subiectul (domenii ample ca economia, sociologia, ecologia, științele vieții — au rămas neabordate). Este doar o introducere în domeniu, una dintre primele din literatura noastră. Sperăm, însă, ca ea să constituie un instrument util de informare și de stimulare a celor interesați în studierea mai aprofundată a problematicii ample a uneia din cele mai noi ramuri ale științei contemporane.

ION ILIESCU

PREFAȚĂ

Lucrarea de față constituie o scurtă introducere într-o nouă metaștiință în curs de formare — sinergetica — care permite clasificarea și descrierea unitară a unui vast material furnizat de cunoașterea contemporană. Caracterul său globalist este atins de metoda sa de bază, analogia, modelată de anumite echivalențe matematice. Obiectul de studiu al sinergeticii îl formează autoorganizarea sistemelor în urma cooperării microcomponentelor acestora și, corespunzător, tranziția bruscă de la un comportament macroscopic la un altul, calitativ deosebit și periodic. Cadrul adecvat al unei descrieri globale a marii varietăți de fenomene ce intră sub incidența sinergeticii nu poate fi decît matematica. Intersecția obiectului sinergeticii cu cel al altor metaștiințe (ca de exemplu, termodinamica) creează falsa impresie la unii specialiști ai științelor particulare că sinergetica ar putea fi asimilată științei lor, ceea ce ar restrînge sinergetica la obiectul acelor științe. De aceea, a fost inclus un capitol de elemente matematice care fundamentează toate aserțiunile principale din restul lucrării, conferindu-i sinergeticii cadrul propriu de generalitate.

Actuala versiune este rezultatul unor prelucrări succesive ale unui material mult mai bogat, parcurs de aproape 30 de matematicieni, fizicieni și ingineri, cărora le aducem viile noastre mulțumiri. Structura actuală a lucrării se datorește tovarășului Ion Iliescu, care a avut amabilitatea și răbdarea să dezbată problemele din cele trei versiuni anterioare ale lucrării și căruia autoarea îi exprimă profunda sa gratitudine.

A. GEORGESCU

1. CE ESTE SINERGETICA?

1.1. SPECIALIZARE ŞI INTERDISCIPLINARITATE

Acum, în pragul celui de-al treilea mileniu, cunoaşterea înaintează pe un front larg, format dintr-un număr impresionant de domenii înguste, cele mai multe apărute în ultimii 10—20 de ani şi provenind, pînă mai ieri, din capitolele unor discipline mai vechi. De exemplu, ceea ce la ora actuală numim matematică este un conglomerat de zeci de matematici, astfel încît clasificarea internaţională a principalelor lor subdiviziuni, dată de Societatea Americană de Matematică în 1980, conţine 33 de pagini scrise sau 8 pagini de mărimea cotidianului „Scînteia". Aceeaşi situaţie are loc şi în mecanica fluidelor: în 1960, diviziunile sale principale erau mecanica fluidelor nevîscoase şi cea a fluidelor vîscoase. Acum există o mulţime de cîmpuri de cercetare de mecanici ale fluidelor. Fiecare cititor, examinînd domeniul său de interes, va constata similar existenţa unui mare număr de noi domenii înguste, adică al căror obiect de studiu este restrîns. În fiecare dintre aceste domenii se fac cercetări deosebit de detaliate, tinzîndu-se să se ştie „totul" despre obiectul de studiu al acelui domeniu. Cum, în contextul cunoaşterii umane, domeniul însuşi reprezintă doar o mică parte, aproape un „nimic", se face afirmaţia amuzantă şi aparent paradoxală că un cercetător al zilelor noastre ştie „totul despre nimic", spre deosebire, am putea spune, de spiritul enciclopedist, universalist al cercetărilor clasice cînd se ştia cîte „puţin despre orice". Cercetătorul de azi resimte o insatisfacţie în imposibilitatea cunoaşterii profunde a mai multor domenii, imposibilitate generată de faptul că, dato-

rită dificultății problemelor, timpul abia îi ajunge să se mențină ca bun specialist în domeniul său, cu greu făcînd față exploziei de informație existentă, trebuind să depună eforturi considerabile pentru a putea pătrunde în domenii adiacente. Dar o pătrundere în discipline conexe nu este numai o necesitate spirituală, ci și un imperativ practic. Să ne gîndim numai la cîte „mecanici" sînt chemate să-și aducă contribuția la rezolvarea problemelor zborului unei aeronave supersonice sau al unei navete spațiale, sau cîte „fizici" trebuie să-și întrepătrundă obiectul de studiu pentru a furniza modele care să descrie fuziunea termonucleară. De aceea, s-au format o serie de *științe de graniță, interdisciplinare,* de utilitate incontestabilă pentru viața omului. Dar aceste cîmpuri interdisciplinare au un caracter „local", ele neoferind o imagine globală, de ansamblu, a cunoașterii umane.

1.2. SINERGETICA – O METAȘTIINȚĂ?

Cu creșterea volumului cunoștințelor, devine tot mai de dorit existența unei clasificări a acestor cunoștințe, a legăturii dintre ele, a găsirii unor analogii care să facă posibile dezvoltări în unele domenii, pe baza progreselor din cele analoage lor, a deducerii unor „legi universale" care să descrie numeroasele fenomene cunoscute. Cu alte cuvinte, este de așteptat apariția unei *științe a științelor,* adică a unei *metaștiințe,* care să satisfacă aceste deziderate și ale cărei principii să se aplice tuturor științelor particulare, dar care să nu se reducă la acestea, tot așa cum un medic generalist, deși se bazează pe cunoașterea fiecărui organ, în stabilirea diagnosticului într-o maladie mai puțin comună și care nu privește în mod expres un anumit organ, nu se reduce la cunoașterea organelor ca simple entități, ci a organismului ca entitate alcătuită din mai multe părți. Cunoașterea la scara organismului este o altă calitate față de aceea a fiecărui organ, deci este aceea a întregului față de parte, a mulțimii față de element. O astfel de cunoaștere, deasupra științelor particulare, calitativ deosebită își propun metaștiințele. Dintre acestea

menţionăm filozofia, al cărei rol important în cunoaşterea umană este bine stabilit şi care, încă din antichitate, a avut în centrul atenţiei sale problema relaţiei întreg-parte. Pe baza preceptelor filozofiei antice, milenii de-a rîndul ştiinţele particulare au pus accentul pe proprietăţile interne ca izvor al autodezvoltării sistemelor, presupunîndu-se că partea este mai simplă decît întregul şi că, studiind fiecare parte, se pot înţelege proprietăţile sistemului. Această ultimă concepţie a stat şi la baza altor discipline considerate la vremea lor ca metaştiinţe, ca mecanica newtoniană, termodinamica şi mecanica statistică. În ultimele decenii, însă, şi-a făcut loc, mai întîi în ştiinţele sociale şi apoi în cele ale naturii, ideea că partea poate fi la fel de complicată ca şi întregul, pentru cunoaşterea proprietăţilor căruia fiind necesară o anumită analiză unitară, care, deşi ia în consideraţie proprietăţile părţilor, conduce la rezultate pentru întreg diferite de cele ale părţilor. Au apărut, astfel, şi alte metaştiinţe: ştiinţa sistemelor, cibernetica, teoria informaţiei şi — mai nou — sinergetica, primită cu mult entuziasm de majoritatea cercurilor ştiinţifice din întreaga lume.

Sinergetica este, cel puţin azi, definită ca ştiinţă a autoorganizării sistemelor, indiferent de natura lor, autoorganizare care are loc datorită cooperării microcomponentelor sistemului şi avînd ca rezultat, la scară macroscopică, o structurare periodică spaţială, temporală sau funcţională. Autoorganizarea nu are loc în orice condiţii, ci departe de echilibru; ea apare brusc, la depăşirea unui prag critic al unui parametru de control al sistemului, sistem care este deschis, spre deosebire de sistemele închise ale termodinamicii clasice. Sinergetica studiază acţiunile comune ale microcomponentelor îndreptate spre atingerea unui scop, acţiuni rezultate din autoorganizarea unui sistem deschis care schimbă cu exteriorul masă şi energie. Prin nedefinirea energiei lăsăm deschisă poarta prin care în obiectul sinergeticii intră fenomene specifice biologiei, chimiei, sociologiei, ecologiei, lingvisticii, combustiei, teoriei plasmei.

Herman Haken, fondatorul sinergeticii, profesor la Universitatea din Stuttgart şi directorul Institutului de

Fizică din Stuttgart, a pornit de la observaţia că între comportările sistemelor celor mai diferite există analogii frapante. Pînă la enunţarea teoriei sinergeticii, H. Haken a lucrat în fizica matematică în probleme de generare cuantică. Cultura sa tehnică şi matematică deosebită i-a permis să stabilească analogii între fenomene aparent cu totul distincte, determinîndu-l să enunţe că principiul de bază al sinergeticii este cooperarea, deoarece criteriul inalienabil al autoorganizării în sistemele fizice este comportarea în autoînţelegere a componentelor sale [1], şi să răspundă atacurilor celor care consideră sinergetica drept o lozincă, care nu aduce nimic nou. Această ultimă aserţiune se bazează pe aceea că toate exemplele sinergeticii aparţin ştiinţelor particulare, că afară de principiul cooperării şi al subordonării (înrobirii, care generalizează un principiu al liniarizării), sinergetica nu are principii proprii şi concepte primare, nu se prezintă ca o ştiinţă axiomatizată, corespunzător generalităţii obiectului său.

Prima lucrare de sinergetică este un articol al lui H. Haken şi R. Graham din 1971 [1], apoi apar volume consacrate acesteia şi conţinînd lucrările unor congrese de sinergetică, începînd din 1972 şi care s-au ţinut mai întîi la doi ani, apoi, anual şi bianual.

Un răspuns cert la întrebarea dacă sinergetica este sau nu o ştiinţă şi dacă tocmai ea este cea aşteptată să aşeze pe noi temelii o mare parte a cunoaşterii umane, unificînd rezultate şi metode de studiu de bază, este prematur de dat, deoarece sinergetica este în formare şi anume în faza de dezvoltare explozivă. Este greu de spus cîte dintre „descoperirile” sale se vor dovedi realmente noi şi ştiinţifice. Deja de pe acum apărătorii sinergeticii trebuie să facă faţă asalturilor unor atacuri venite din partea susţinătorilor altor superştiinţe, ce manifestă aceleaşi pretenţii de globalitate şi generalitate ca: termodinamica, teoria sistemelor, teoria informaţiei, teoria structurilor disipative. Etapa pe care o parcurge acum sinergetica au cunoscut-o şi acestea. Astfel, în termodinamică, care studiază cele mai generale interacţiuni, este drept, legate de problema energiei, la mijlocul secolului trecut cînd a fost fondată, se acumulase, ca şi acum, o mare cantitate de

cunoștințe, termodinamica de atunci reușind să le clasifice, să le unifice, înglobînd mecanica newtoniană, care, la timpul ei, apăruse ea însăși ca un summum al cunoașterii umane. S-a dovedit apoi, că acea termodinamică de început era, de fapt, o termotehnică, dezvoltarea sa conducînd la termomecanica clasică, apoi la termodinamica clasică a stării de echilibru termodinamic, iar mai tîrziu, la termodinamica proceselor ireversibile și, în sfîrșit, actualmente, la termodinamica proceselor departe de echilibrul termodinamic.

Cititorul neavizat poate fi ușor derutat de aceea că pentru toate aceste științe și concepte de bază ale lor întîlnește aceleași denumiri, denumiri care însă și-au schimbat conținutul. Chiar în termodinamică, una dintre cele mai serioase și acum clasice metaștiințe, continuă controverse puternice privitoare la fundamentele sale ; în ciuda coerenței și unității sale, termodinamica nu are încă o rigoare matematică care să satisfacă exigențele specialiștilor. Aplicarea largă a termodinamicii și foloasele aduse de ea sînt atît de mari, încît pot să ne nedumerească ; de aceea trebuie să remarcăm că termodinamica este utilă în probleme particulare, care țin de științe interdisciplinare ce intră sub incidența termodinamicii (termomecanica mediilor continue, termodinamica chimică, magnetohidrodinamica), prevederile sale verificîndu-se în realitate și fiind riguros fundamentate. În schimb pretenția ei de știință atotcuprinzătoare nu are încă acoperire ; înseși adăugirile de noi capitole dovedește tendința termodinamicii de a deveni atotcuprinzătoare. Acest caracter de universalitate este cel care nu are încă o formalizare matematică satisfăcătoare. Bineînțeles, aceasta nu înseamnă că nu va avea niciodată. În orice caz, prescrierile sale, chiar cele generale, se verifică în practică, ceea ce conferă afirmațiilor sale celor mai generale valoarea de principii veritabile, adică de afirmații nedemonstrabile, dar verificabile prin oricare dintre consecințele lor.

Dacă aceasta este situația termodinamicii la mai bine de un secol și jumătate de la fondarea sa, este de la sine înțeles că sinergetica, care are o vechime de 10 ori mai mică, dar ambiții de generalitate cel puțin tot așa de

mari, trebuie și ea să parcurgă stadiul de cristalizare, de formare a obiectului său. În fond, aceasta are loc în orice știință și în orice direcție nouă de cercetare. Faptul dacă o astfel de direcție va deveni sau nu o știință nu se poate prevedea, ci doar se poate analiza starea sa actuală.

În legătură cu obiectul sinergeticii — analiza capacității de autoorganizare a sistemelor deschise — trebuie să menționăm că, în ultimul timp, și termodinamica studiază aceste sisteme, dar sistemele *deschise* constituie în principal obiectul unei alte metaștiințe: teoria structurilor disipative fondată de I. Prigojin (conducătorul Școlii de fizică de la Bruxelles) și P. Glansdorff, deținători ai unui premiu Nobel din 1977. Cauza apariției teoriei structurilor disipative rezidă în constatarea că principiile termodinamicii clasice nu se aplică în biologie, acest fapt constituind în același timp și un impuls dat acestei termodinamici de a-și lărgi obiectul și principiile sale, astfel încît acestea să se refere și la sistemele deschise. Ceea ce distinge sinergetica de alte metaștiințe este faptul că ea privește autoorganizarea sistemului ca urmare a unei infuzii (aport) sau extrageri de masă și energie, autoorganizare care nu are loc în sensul acelui aport, ci într-o cu totul altă direcție. De exemplu, energia introdusă într-un sistem fluid nemișcat, prin încălzirea lui de jos, se distribuie pe microcomponente (moleculele) care continuă să se miște haotic, deși fluidul rămîne nemișcat, pînă cînd diferența de temperatură dintre părțile de sus și de jos ale fluidului depășește un anumit prag. Atunci brusc, ca la o comandă, microparticulele cooperează și se mișcă într-o anumită direcție (așa cum la jocul cu pietrele de domino, așezate fiecare vertical, căderea unei pietre antrenează căderea tuturor celorlalte, paralele cu cea care a căzut prima), dînd naștere la scară macroscopică mișcării de convecție termică. Un alt exemplu: o turmă de animale domestice, închisă într-un perimetru în care i se lasă doar o mică cantitate de hrană, se mișcă haotic, necorelat. Cînd însă lipsa de hrană depășește o anumită limită, este suficient ca unul dintre animale să se îndrepte spre locul unde de obicei li se aduce hrana, că imediat și restul turmei îl va urma. În sfîrșit, să menționăm și autoorganizarea unei mulțimi

de turişti părăsiţi de ghidul lor, formarea de structuri periodice în reactoarele chimice, asemănătoare celor care întreţin bătăile periodice ale inimii, formarea vîrtejurilor atmosferice de mari dimensiuni (cicloane) sau a altor fenomene din atmosferă (aşa-numitele străzi de nori), formarea galaxiilor, formarea macromoleculelor şi, în sfîrşit, formarea tipurilor în evoluţia biologică, acest din urmă exemplu fiind cel mai complex şi concludent pentru acceptarea sinergeticii. Apariţia vieţii este una din problemele fascinante pe care încearcă s-o prindă şi noile ramuri ale termodinamicii şi teoria structurilor disipative. Dar, spre deosebire de aceste metaştiinţe, *sinergetica este singura ştiinţă în care autoorganizarea constituie singurul său obiect de studiu*, deşi, din alte puncte de vedere, autoorganizarea este studiată şi de alte ştiinţe. Mai mult, aceste ştiinţe studiază organizarea sistemelor mai degrabă decît autoorganizarea lor. De exemplu, în termodinamică, energia unui gaz încălzit este folosită organizînd, dirijînd sistemul spre eliberarea unui singur grad de libertate prin obligarea gazului să mişte un piston pe o singură direcţie, spre deosebire de autoorganizarea studiată de sinergetică, în care acesta nu este constrîns la o astfel de organizare, ci este lăsat să-şi producă structurile periodice convective, deşi, accentuăm, şi într-un caz şi în celălalt sistemul fluid a primit energie din exteriorul său.

O condiţie necesară a autoorganizării este aceea ca, iniţial, sistemul deschis să se afle departe de echilibru, fie ca urmare a unei acţiuni din afară, fie, posibil, şi a uneia interne. Sistemul aproape de echilibru are tendinţa să-şi menţină această stare, deci ca această stare să fie stabilă. În schimb, departe de echilibru această tendinţă dispare, la depăşirea unui anumit prag, pe seama unei instabilităţi a echilibrului şi a unei bifurcări a unui nou proces posibil, neechilibrul stării sistemelor deschise putînd constitui cauza apariţiei ordinii din ele.

Metoda sinergetică, împrumutată din teoria structurilor disipative, constă în abordarea unor rezultate disparate, din diferite domenii (aceasta alcătuind concepţia, dezbaterea). Totuşi trebuie să deosebim aspectele diferite ale procesului de apariţie a structurilor studiate de sinergetică

față de cele ale teoriei structurilor disipative. De asemenea, trebuie să distingem între sinergetică și metoda sinergetică de raționare. În ultimul timp sinergetica pare să se distanțeze de teoria structurilor disipative apărute din dezordine, prima privind o cooperare mai generală decît autoorganizarea neclasică, ireversibilă.

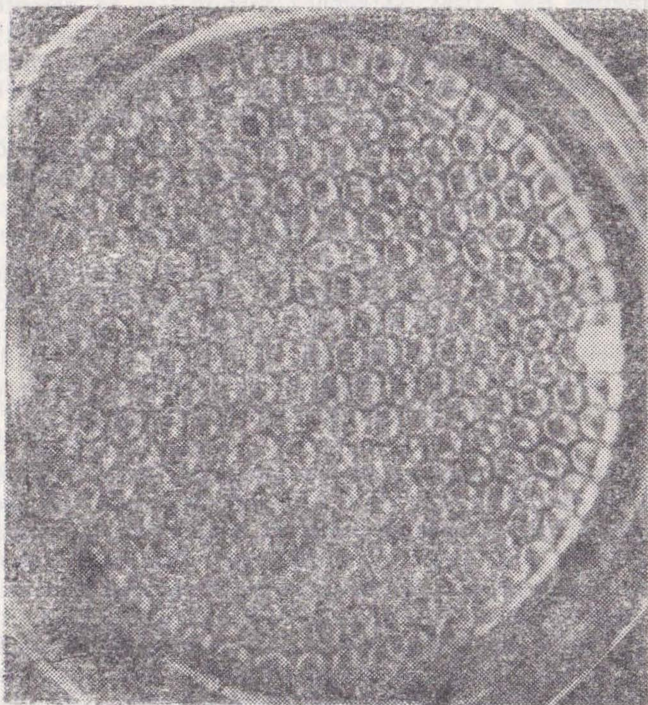
Așadar, sinergetica este un domeniu de sinteză, apărut ca reacție la tendința de fărîmițare a științei și la informația supraîncărcată cu un număr imens de detalii care ascunde esența lucrurilor. Ea trebuia să transforme această informație într-un mic număr de legi, concepții și idei, ceea ce pare să fi reușit în mare măsură. Chiar din dezvoltarea sa de pînă acum se constată că ea este o concepție nouă, diferită de clasicismul newtonian, sinergetica reprezentînd astfel o nouă direcție de dezvoltare în știința contemporană.

Apărută într-un moment propice, cînd datorită unei diversificări fără precedent a cunoștințelor și a limbajului științelor, se simțea acut nevoia unei sinteze fundamentale a culturii, sinergetica s-a răspîndit fulgerător, la ea aderînd marea majoritate a oamenilor de știință, nemulțumiți de specializările din ce în ce mai adînci și de însingurarea lor în domenii foarte înguste. Totuși, pînă cînd să se cristalizeze noua știință, au trecut cîteva zeci de ani. Deocamdată, este adevărat, sinergetica este o colecție de exemple în sprijinul tezei autoorganizării sistemelor (departe de echilibru). Dar această problemă poate fi considerată ca fiind și a termodinamicii. Se poate observa, totuși, că sistemele sinergeticii sînt mai generale. Dar atunci sinergetica s-ar suprapune peste teoria sistemelor. Astfel, obiecții dintre cele mai serioase silesc sinergetica să-și restrîngă domeniul, dar și să și-l delimiteze mai exact, o obligă deci să-și formuleze principii și instrumente. Între acestea un rol fundamental revine analogiei, metodă de cercetare de bază a sinergeticii, care permite să vorbim despre undele spiralate întîlnite în cele mai diferite medii (în inimă, pe retina ochiului, în epidemii, în galaxii). Astfel, modelul matematic al morfogenezei, alcătuit cu ajutorul calculatorului, ca și formarea florii soarelui sînt în spirale. În fenomenul de convecție, în unele situații, apare modelul

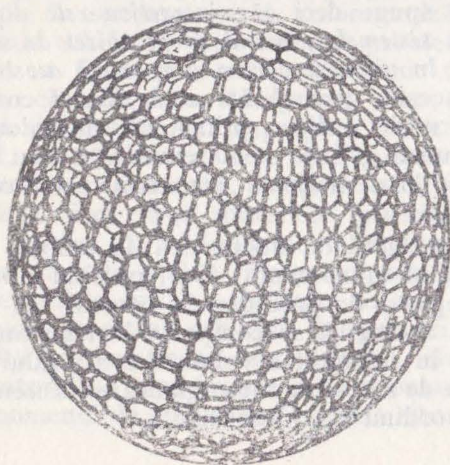
de fagure (fig. 3, a), structură întîlnită şi în astrofizică, meteorologie (apariţia cicloanelor la scara globului), în fizică, în fenomenele de instabilitate hidrodinamică, la schimbul de substanţe în organisme vii (fig. 3, b), în elasticitate (fig. 3, c) etc. Există însă şi numeroase alte tipuri de structuri de autoorganizare, care îşi aşteaptă încă clasificarea. Nu se poate încă afirma dacă în general procesele chimice şi biologice pot fi reduse la legi fizice. Acestea, toate, rămîn ca obiect de studiu în viitor al sinergeticii.

Deşi legată de celelalte metaştiinţe, sinergetica îşi are propriile sale concepte de bază şi metode teoretice de studiu care o diferenţiază de acestea. În primul rînd, caracterul său de universalitate o apropie foarte mult de teoria sistemelor, de termodinamica modernă şi de teoria informaţiei, dar în sinergetică conceptele importante sînt nu atît mărimile macroscopice, cît parametrii ordinii. Ca şi termostatica, sinergetica studiază tranziţii de fază ale sistemelor în echilibru (dar ale sistemelor *sinergetice*). De asemenea, ca şi termodinamica modernă, sinergetica se ocupă cu tranziţii de fază ale sistemelor în neechilibru (macroscopic) şi anume departe de echilibru ; totuşi sinergetica se ocupă, tot pentru sistemele sale, şi de oscilaţii, de structurile spaţiale şi de haosul acestora. Atît mecanica statistică, cît şi sinergetica se ocupă şi de *fluctuaţii*, mai ales pentru studiul tranziţiilor de fază dar, la fel, pentru situaţii mai generale. Se poate spune deci că *sinergetica este o parte a teoriei generale a sistemelor, avînd drept obiect de studiu principiile generale în virtutea cărora acţionează aceste sisteme.* În virtutea acestei generalităţi unele dintre conceptele sale (parametru de ordine, principiul subordonării) pot fi aplicate în unele ştiinţe nematematizate sau care nu se speră să fie matematizate (ca teoria dezvoltării ştiinţei) [1, vol. 20].

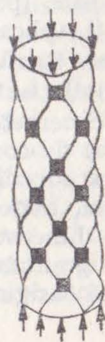
Sinergetica este legată de cibernetică, în ambele conceptul de control fiind fundamental. Dar, pe cînd cibernetica studiază conceperea de procedee de control ale unui sistem, astfel încît acesta să se comporte într-un anumit mod, bine stabilit, în sinergetică volumul controlului este altul şi anume acela de a realiza autoorganizarea sistemului (adică asigurarea ordinii în dezordine).



a



b



c

Fig. 3.

1.3. SINERGETICA ŞI DISCIPLINELE PARTICULARE

Sinergetica se întrepătrunde nu numai cu alte metaştiinţe ci şi cu disciplinele particulare, cum ar fi hidrodinamica, chimia, ingineria mecanică, civilă, aerospaţială, electrică, electronică, din care ea îşi ia exemplele. Mai mult, se pare că denumirea de sinergetică a fost atribuită nu numai datorită faptului că în ea se studiază acţiunea simultană a multor microelemente ale sistemului, ci şi pentru aceea că pentru găsirea principiilor generale care controlează autoorganizarea este necesară cooperarea diferitelor ştiinţe. Acest din urmă fapt este cel care justifică în ultimă instanţă interesul pentru sinergetică al oamenilor de ştiinţă de specialităţi dintre cele mai diferite.

Deocamdată sinergetica pare o ştiinţă fără graniţe, sistemele studiate de ea aparţinînd practic tuturor ştiinţelor cunoscute. Din acest punct de vedere ea este asemănătoare teoriei oscilaţiilor şi undelor neliniare care, de asemenea, are obiect (parţial) comun cu toate ştiinţele. Dacă am colora cu cîte o culoare fiecare domeniu de cercetare, am putea alcătui o hartă de culori în care interdisciplinele ar fi reprezentate de culorile rezultate din compunerea unui număr (mic) de culori. Pe o astfel de hartă n-ar putea fi localizată nici sinergetica, nici termodinamica, nici teoria sistemelor, nici teoria oscilaţiilor şi undelor neliniare şi nici alte asemenea metaştiinţe, ci ele ar apărea ca văluri care se aştern peste toată cunoaşterea, dar fiecare dintre aceste văluri avînd o anumită proprietate cromatică distinctă. Dar aceste văluri, ele însele, se întrepătrund, şi din această întrepătrundere rezultă cunoaşterea sub diferite aspecte, din diferite puncte de vedere a unui fenomen dat. Se pot cita aici exemple mai puţin obişnuite de *autounde* (oscilaţii autoîntreţinute în medii active, în neechilibru, în care se află izvoare de energie), studiate atît de sinergetică cît şi de teoria oscilaţiilor şi undelor neliniare. Acestea sînt oscilaţii care se întîlnesc în cele mai diferite medii: într-un reactor chimic cu reactivii necesari reacţiei în condiţii de activitate redusă; unde sursele de energie reapar mereu, cum ar fi de exemplu stepa: unda de combustie în timpul incendiului

trece prin stepă dar, după un an, iarba crește din nou; în laborator se poate construi o instalație punînd împreună mai multe arzătoare; unda trece prin instalație arzînd uleiul din fitil, dar acesta se va ridica din nou în arzătorul de ulei și se va naște o nouă undă. Autoundele își păstrează constante caracteristicile pe seama izvoarelor. Autoundele sînt deja un domeniu de mare interes pentru combustie, medicină (epidemii), ecologie (la analiza schimbării numărului populației), fiziologie (mecanismele de transmitere a excitației în țesutul nervos și muscular). Filmarea autoundelor a arătat că acestea au forma unei spirale dezrăsucite, mai exact spus, aceste spirale constituie centrele autoundelor. Din fiecare spirală pornesc unde care interferează și se produc discontinuități, locul discontinuităților devenind centre de noi spirale și astfel întreținîndu-se regimul de autounde. Prezența în mediu a multor centre de unde autoîntreținute permite considerarea proceselor autoundelor ca sinergetice, cooperative. Remarcăm, în acest context, dificultatea încadrării multor fenomene ca autoorganizări ce fac obiectul sinergeticii. Așa este cazul pentru biologie și, în general, pentru sistemele vii unde, în afara morfogenezei, sînt cunoscute încă puține exemple de cooperări studiate de sinergetică (situația se compară de cele mai multe ori cu galopul calului sau cu mecanismul halucinațiilor). Desigur, răspîndirea ideilor sinergetice va furniza și alte exemple, dar pentru aceasta va fi mai întîi necesară o pătrundere a acestor idei în lumea biologilor.

1.4. OBIECTUL SINERGETICII

Secole de-a rîndul au fost studiate sistemele simple, creîndu-se premisele trecerii spre analiza sistemelor complexe, ceea ce a permis acumularea unei cantități uriașe de informații științifice și, implicit, observarea unor *analogii profunde* între fenomene dintre cele mai deosebite. Printre altele, a apărut posibilitatea unei priviri *unitare* asupra tranziției de la o stare a unui sistem la o alta. Observată la scară microscopică, această tranziție are loc

datorită acțiunii în același sens a părților sistemului și care, în anumite situații, pot duce la trecerea bruscă a unor praguri. Dacă ea se referă la fenomene naturale, cum ar fi apariția uraganelor, tranziția este spectaculoasă și măreață; cît privește aceste treceri la un proces dirijat de om (de exemplu încovoierea unei bare verticale supuse unei compresiuni în lungul ei, mișcarea turbulentă din jurul unei aeronave, apariția oscilațiilor parazite la mașini), acestea pot fi neeconomice. În sfîrșit, tranziția bruscă poate fi catastrofală sau dramatică, atunci cînd are loc în procesele din lumea animală, vegetală sau pe plan social, fiziologic etc. *Cauzele și controlul* unei astfel de *tranziții fac obiectul sinergeticii.*

Cuvîntul *sinergetică* provine din limba greacă („sin" însemnînd „împreună cu" și „ergon" — „acțiune"), rezultînd expresia astăzi acceptată *efect cooperativ.* Intuitiv, sinergetica este știința care studiază structurile macroscopice ce apar la tranziția bruscă dintre două stări ale unui sistem, datorită cooperării componentelor acestuia. Mai precis, într-o anumită stare componentele unui sistem în echilibru sau aproape de echilibru acționează disparat, haotic, neordonat. La trecerea peste un prag (de exemplu la depășirea unei valori critice a unui parametru fizic), componentele sistemului pot acționa brusc în același sens, spre un același țel, din interacțiunea lor și efectul conjugat apărînd, la scară macroscopică, o stare a sistemului, *calitativ* deosebită de cea dinainte.

În mod natural, comportamentul părților unui sistem se face simțit la scara (macroscopică) a sistemului într-un fel sau altul, după cum acele părți cooperează sau nu. De exemplu, apa dintr-un vas ținut nemișcat la temperatura camerei este în echilibru mecanic și termostatic, moleculele de apă avînd o mișcare browniană. Ele se mișcă aproape independent una de alta cu viteze diferite, a căror rezultantă la scară macroscopică este nulă, deci apa este în repaus (macroscopic). Dacă încălzim puțin partea de jos a vasului, apa din el continuă să rămînă nemișcată, deși moleculele se mișcă mai repede (dar tot haotic). Nici în acest stadiu moleculele nu cooperează, deoarece ele interacționează foarte slab și anume, numai

în timpul ciocnirilor şi numai cele care se ciocnesc. În schimb, dacă încălzirea este puternică, astfel încît diferenţa ΔT dintre temperatura medie a apei la baza vasului şi cea la suprafaţa acestuia depăşeşte o anumită valoare critică ΔT_{cr}, atunci, la nivel macroscopic, apa începe să aibă o mişcare pronunţat verticală pe unele regiuni de sus în jos, pe altele de jos în sus, mişcare numită *convecţie termică*. Apariţia acestei mişcări a fost posibilă numai atunci, cînd moleculele din mari regiuni din apa din vas au interacţionat, aşa încît mişcarea majorităţii moleculelor din acele regiuni a avut aceeaşi viteză. Cu alte cuvinte, moleculele au cooperat în sensul propriu al acestui cuvînt, care înseamnă efort comun în vederea aceleiaşi acţiuni. Ca urmare a acestei cooperări, la scară macroscopică apare mişcarea de convecţie, de viteză egală cu rezultanta vitezelor moleculelor. Deoarece în regiunile amintite marea majoritate a moleculelor a avut aceeaşi viteză, deci o mişcare ordonată, înseamnă că în acele regiuni s-a născut *ordinea din dezordine*; apariţia ordinii în dezordine s-a făcut pe seama unui aport de energie (sub formă de căldură) din exterior.

Apa din vas constituie un sistem format din numeroase părţi (moleculele). Ea s-a găsit în echilibru stabil pentru $\Delta T < \Delta T_{cr}$ *pierzîndu-şi stabilitatea* la ΔT_{cr}. Dacă s-ar fi putut îndepărta orice perturbaţie din jurul apei, atunci s-ar fi putut menţine apa în echilibru şi peste ΔT_{cr}. Micile perturbaţii au constituit, astfel, cauza producerii cooperării moleculelor. La nivel macroscopic perturbaţiile pot fi, de exemplu, mişcări mecanice (uşoare lovituri aplicate vasului), acustice (undele sonore emise de o persoană care vorbeşte lîngă vasul cu apă), termice (radiaţiile calorice ale mîinii puse pe vas de către o persoană). Perturbaţiile există în natură mereu şi peste tot, dar ele destabilizează un echilibru numai atunci cînd se pot amplifica. Această amplificare făcîndu-se prin extragere de energie din sistem, perturbaţiile se dezvoltă doar atunci cînd echilibrul sistemului permite această extragere; cînd acel echilibru este destul de stabil ca să-şi păstreze energia, perturbaţiile sînt înăbuşite şi se amortizează. Aşa s-a întîmplat şi cu echilibrul apei din vas. Pentru $\Delta T < \Delta T_{cr}$

echilibrul este stabil, nepermițînd amplificarea perturbațiilor; el se menține în pofida prezenței acestora. La ΔT_{cr} echilibrul slăbește, nu mai este în stare să-și rețină energia care este luată de perturbații și folosită de acestea pentru amplificarea lor.

Consumînd din energia echilibrului, perturbațiile îl distrug, drept rezultat apărînd o nouă stare în care se găsește apa din vas și anume mișcarea staționară de convecție. Pentru $\Delta T > \Delta T_{cr}$, dar încă apropiat de ΔT_{cr}, această mișcare de convecție este stabilă, dar devine și ea instabilă la un alt $\Delta T'_{cr}$. La $\Delta T'_{cr}$ din nou, datorită unei alte modalități de cooperare a moleculelor, mișcarea staționară de convencție, devenită instabilă, este înlocuită de către o nouă mișcare de convecție, dar nestaționară și anume periodică în timp. Prin aceasta, la nivel macroscopic are loc o *structurare celulară periodică în spațiu (spațială) și timp (temporală)*. Noua mișcare periodică în timp poate și ea să devină instabilă la un $\Delta T''_{cr}$ și tot așa mai departe. Pe măsura creșterii diferenței de temperatură între partea de jos și cea de sus a apei din vas apar mișcări din ce în ce mai complicate, caracterul lor determinist începe să se altereze, în cele din urmă mișcarea apei (la nivel macroscopic) avînd un caracter aleatoriu. În acest caz limită se spune că *mișcarea este turbulentă* sau că apa se găsește în *regim de mișcare turbulent*. Mișcarea turbulentă fiind dezordonată și rezultată din mișcarea ordonată, înseamnă că prin creșterea lui ΔT *din ordine a luat naștere dezordinea* și deci avem ***dezordine în ordine*** la nivel macroscopic.

Pentru $0 < \Delta T < \Delta T'_{cr}$, în condițiile date apa din vas are o unică stare posibilă și anume starea de echilibru; în schimb după trecerea peste pragul ΔT_{cr} există mai multe stări posibile (de echilibru sau de mișcare). Dintre toate posibilitățile doar una va avea loc în realitate și anume cea stabilă. Notînd cu v modulul vitezei medii a apei din vas, succesiunea stărilor acesteia poate fi reprezentată schematic ca în fig. 4. Liniile groase indică stări stabile, iar cele punctate — stări instabile.

Atragem atenția că în contextul dat, printr-o *stare* a apei am înțeles o anumită mișcare a sa caracterizată de o viteză $\mathbf{v} \neq 0$ sau echilibrul, caracterizat de $\mathbf{v} = 0$. În loc de stare se mai spune fază, pe care, deci,

trebuie s-o deosebim de starea sau faza de agregare lichidă, solidă etc. În sinergetică starea va fi dată de evoluția la un moment dat a unui proces care are loc într-un sistem, mulțimea tuturor stărilor posibile ale unui proces alcătuind *spațiul fazelor*.

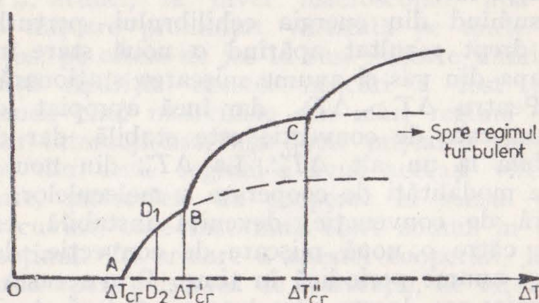


Fig. 4.

În exemplul descris al apei din vas, spațiul fazelor este semiaxa reală în care poate lua valori v. Pe diagrama din fig. 4 o stare a apei din vas este reprezentată printr-un punct. În cazul cînd diferența dintre temperaturi ΔT este fixată și are o valoare cuprinsă între ΔT_{cr} și $\Delta T'_{cr}$, la o aceeași valoare ΔT apa poate fi în echilibru, stare caracterizată de punctul D_2, sau să aibă o mișcare staționară de convecție, reprezentată prin punctul D_1. Atunci cînd ΔT descrie segmentul $(\Delta T_{cr}, \Delta T'_{cr})$, punctul D_1 descrie curba AB, loc al stărilor de mișcare staționară convectivă corespunzătoare lui ΔT din acel segment. Pe de altă parte, însuși segmentul $(\Delta T_{cr}, \Delta T'_{cr})$ reprezintă o altă curbă, loc al unor stări de echilibru. De asemenea, și intervalul OA este loc al unor astfel de stări de echilibru ale apei. În fiecare din stările de echilibru de pe intervalul deschis OA (deci fără punctele O și A), deși apa nu se mișcă, totuși, în ea temperatura variază de la un punct la altul; de aceea aceste stări de echilibru se numesc *stări de conducție*. Rezultă că în punctul A curba OA a stărilor stabile de conducție se bifurcă în curba AB a stărilor stabile de convecție staționară și curba (punctată) stărilor instabile de conducție. De aceea punctul A se numește *punct de bifurcație (primară)*. Mai departe, în

B din ramura AB a stărilor stabile de convecție staționară se bifurcă curba BC a stărilor stabile de convecție nestaționară și curba (punctată) de stări instabile de convecție staționară. Punctul B se numește *punct de bifurcație secundară*. Similar, C este și el un punct de bifurcație terțiară etc. Existența acestor puncte face ca diagrama din fig. 4 să fie numită *diagramă de bifurcație*. Ea este una dintre cele mai sugestive reprezentări globale ale unui proces dintr-un sistem sinergetic. Unitatea reprezentării sistemelor, realizată de sinergetică, va fi atinsă prin diagrame de bifurcație analoage pentru procese foarte diferite. Aceste diagrame vor fi într-un anumit sens (topologic) echivalente, ceea ce va asigura unitatea calitativă a acestor procese din punct de vedere geometric.

În structura de rezistență a sinergeticii, unul dintre cele mai importante elemente este convecția Bénard (care generalizează mișcarea apei din vas), descoperită încă din 1900. Aceasta constă din apariția unei mișcări într-un film de fluid încălzit de jos cînd diferența dintre temperatura diferitelor părți ale frontierei domeniului ocupat de fluid depășește un prag critic. Studiul său, în diferite situații, continuă an de an, adăugîndu-se noi detalii în cunoașterea acestui fenomen, dar esența sa este demult unanim acceptată ; convecția Bénard apare în urma unei instabilități și bifurcații a stării de conducție. Mișcarea convectivă staționară este rezultatul autoorganizării de microscară a fluidului, la macroscară putînd prezenta *structuri periodice spațiale* (puse în evidență de mici adaosuri în fluid) sub diferite forme, de exemplu fagure (fig. 3, a), rulouri (fig. 2) ; structura de fagure poate fi ușor realizată prin încălzirea unui strat subțire de ulei într-o tigaie. La o încălzire și mai puternică, peste un alt prag, mișcarea convectivă devine nestaționară și anume periodică în timp.

Prin prag se înțelege o valoare critică a parametrului fizic ce caracterizează fenomenul. În cazul convecției acesta este o mărime adimensională, proporțională cu ΔT, numită numărul lui Rayleigh. Într-un alt proces ce are loc în alt sistem sau tot într-un fluid, pot apărea un alt parametru sau mai mulți, iar în unele cazuri chiar infinit

de mulţi. Mulţimea tuturor parametrilor ce caracterizează un proces este deci un vector finit sau infinit dimensional, numit *parametru de control*. El va fi cel care va apărea în diagrama de bifurcaţie în locul lui ΔT (acesta din urmă fiind, deci, un caz particular de parametru de control). Deci, în sinergetică sînt studiate sisteme compuse din multe subsisteme şi care îşi schimbă dramatic comportarea macroscopică, cînd parametrii lor de control trec peste anumite praguri.

Formarea cristalelor de gheaţă sau topirea gheţii constituie alte exemple de tranziţie bruscă de la o stare (fază) a unui sistem la o alta, numită *tranziţie de fază* şi care intră sub incidenţa sinergetică. În acest caz parametrul de control este temperatura.

În situaţii critice (deci la valori critice ale parametrilor de control) poate avea loc o formare a unei structuri funcţionale, calitativ diferite de cea de dinainte. De exemplu, în cazul feromagneţilor, un magnet (acul unei busole) este un sistem format din mai mulţi magneţi elementari, atomici (spini), care la temperatură ridicată sînt îndreptaţi haotic în diferite direcţii, astfel că momentele lor magnetice dau o rezultantă nulă, ceea ce la scară macroscopică se traduce prin lipsa magnetismului. Dacă temperatura coboară sub o temperatură critică, atunci magneţii elementari se aliniază şi sistemul capătă proprietăţi magnetice.

Sinergetica este deci un cîmp de cercetare interdisciplinar, care studiază cooperarea părţilor individuale ale unui sistem, cooperare, ce produce la nivel macroscopic structuri spaţiale, temporale sau funcţionale.

Sistemele analizate de sinergetică se numesc *sisteme sinergetice*; acestea pot fi deterministe sau stocastice, apărînd în fizică (laser, raser, maser, feromagnetism, optică cuantică, teoria plasmei, termodinamica proceselor ireversibile, fizica corpului solid, electromagnetism), mecanică cerească, mecanica fluidelor, elasticitate, teoria circuitelor electrice, inginerie mecanică, construcţii civile, astrofizică, chimie, biochimie, evoluţie prebiologică (morfogeneză), biologie, medicină (metabolism celular, halucinaţii vizuale produse de administrarea drogurilor), fiziologie, ecologie, geneza şi dinamica populaţiei, sociologie, economie, poli-

tică, istorie, semantică. Dintre acestea vom considera doar sisteme mecanice, fizice, chimice, lăsînd ca sistemele privind lumea vie să fie tratate într-o altă lucrare.

Acceptarea sinergeticii de către un mare număr de oameni de știință se datorează într-o oarecare măsură și denumirii sale exotice, epatante și promițătoare, dar în principal, așa cum am văzut, foamei de ordine și clasificare în noianul de cunoștințe de care dispune omenirea. Și mai trebuie remarcat un fapt de importanță majoră: aparatul matematic folosit este unul modern, care îi permite să devanseze rapid cercetările din științele particulare mai vechi, rămase, în mare măsură, tributare unui aparat clasic bazat pe teorii liniare. De aceea considerăm de datoria noastră să comentăm realitatea matematică aflată în spatele fenomenelor ce au loc în sistemele lumii noastre, singura care poate da unitatea și generalitatea scontată de sinergetică și, de asemenea, singura care o poate delimita precis de celelalte superștiințe. Descrierea acestor instrumente matematice va introduce cititorul în miezul dezbaterilor științifice contemporane, legate de comportarea globală a sistemelor neliniare, care permite prezentarea fenomenelor noi sau a unora cunoscute, dar din puncte de vedere noi, în mod unitar și în toate ipotezele. Este tocmai ceea ce are nevoie tehnica înaltă a anilor noștri, bazată pe funcționări într-o mare varietate de regimuri, care corespund majorității situațiilor posibile.

Înțelegerea și dirijarea fenomenelor care au loc în sistemele ce se autoorganizează este esențială atît pentru tînărul obișnuit încă de pe băncile școlii cu comportări dintre cele mai complexe și uneori nefirești ale sistemelor neliniare, cît și pentru cititorul matur care dorește să țină pasul cu progresul năvalnic contemporan. Pentru toți aceștia sinergetica este un prilej de adînci reflecții.

În incertitudinea inerentă oricărui început, sinergetica încă își caută obiectul. Cu toate acestea de pe acum este clar că ea abordează din cel mai general punct de vedere problema autoorganizării sistemelor, a comportării departe de echilibru, a tranzițiilor spectaculoase ale stărilor sistemului, a apariției ordinii în haos și a haosului determinist ducînd la turbulență, dezordine macroscopică.

Studiind o mulţime extrem de bogată de fenomene, sinergetica nu se poate baza pe o singură teorie şi pe o singură metodă, ceea ce însă nu-i diminuează importanţa şi nici nu-i distruge caracterul său unitar. Se postulează acum că în modelarea sistemelor mari nu este posibilă descrierea unui sistem real cu ajutorul unui singur model, ci a mai multora, fiecare model răspunzînd la anumite întrebări asupra sistemului şi a funcţionării sale. Apare astfel un principiu de complementaritate analog celui cîndva postulat de Niels Bohr. Şi în sinergetică se observă complementaritatea unor metode şi teorii în raport cu altele, ca de exemplu metodele la nivel microscopic şi macroscopic ale sistemului.

Sugerînd noi direcţii de cercetare la graniţele cunoaşterii, datorită marii sale arii de cuprindere, sinergetica foloseşte multe instrumente de investigare şi aceasta pe măsura generalităţii sale. Corespunzător, instrumentele matematice pe care se bazează sinergetica sînt extrem de cuprinzătoare şi ele aparţin teoriei ecuaţiilor neliniare, această teorie fiind o tendinţă în matematica actuală, încă neclasificată în mod precis printre disciplinele matematice, dar folosind multe rezultate din teoria sistemelor dinamice (în principal prin capitolele sale de stabilitate şi bifurcaţie) şi teoria modernă a probabilităţilor. Capitolul următor prezintă cîteva dintre aceste baze matematice ale sinergeticii.

2. REGATUL NELINIARITĂŢII

2.1. CE ESTE NELINIARITATEA?

Majoritatea fenomenelor care au loc în cele mai diferite sisteme sinergetice (ca de exemplu convecţia termică, ceasurile chimice şi biologice, autoundele, formarea curcubeului, procesele departe de echilibru) sînt descrise de soluţiile aşa-ziselor probleme neliniare pentru ecuaţii diferenţiale, acestea din urmă fiind un tip special de modele matematice. Dacă aceste modele sînt adecvate, atunci din cunoaşterea soluţiilor lor ar trebui să deducem comportamentul fenomenelor modelate. Din păcate, doar puţine astfel de modele au fost studiate complet, deoarece în regatul neliniarităţii studiile sînt abia în stadiul incipient, orice problemă neliniară avînd propria sa teorie. Cu toate acestea, modelele neliniare au şi trăsături comune, unificatoare, comportamentul oricît de ciudat al soluţiilor lor avîndu-şi un corespondent în aspectul fenomenului modelat. Faptul că acest comportament nu a fost încă semnalat se datoreşte dificultăţii problemelor neliniare, al căror studiu sistematic a început abia acum cîteva decenii.

Dar ce este neliniaritatea sau, mai exact, ce este o funcţie neliniară? Răspunsul poate dezamăgi: *o funcţie este neliniară dacă ea nu este liniară.* Să reamintim că o funcţie $f: M \to N$ se numeşte liniară dacă transformă suma $u + v$ a două elemente, $u, v \in M$ în suma imaginilor lor $f(u) + f(v) \in N$ şi produsul αu ($\alpha \in K$, $u \in M$) în produsul $\alpha f(u)$, unde K este un corp, iar M şi N — mulţimi în care, printre altele, sînt valabile aceste operaţii. Definirea neliniarităţii printr-o negaţie a liniarităţii arată de la bun început că nu ne putem aştepta la o caracterizare

a neliniarității care să ne spună imediat dacă o funcție dată este neliniară sau nu. În fond, dacă spunem că o culoare este nealbastră, atunci nimeni nu are pretenția să-i descriem cum este culoarea nealbastră, căci există o mulțime de culori și nuanțe ale lor care intră în clasa nealbastrului. Totuși, dată fiind o culoare particulară, concretă, imediat se poate spune dacă ea este nealbastră, deoarece știm ce este o culoare albastră. Analog se va întîmpla și cu funcțiile neliniare. Ele sînt mult mai multe decît funcțiile liniare, forma lor generală neputîndu-se prescrie. Cu toate acestea, fiind dată o funcție concretă și ținînd seama că știm ce este o funcție liniară, putem imediat verifica dacă acea funcție concretă este sau nu neliniară. În cazul funcțiilor, situația este mai complicată decît în cazul culorilor, deoarece dacă culoarea albastră este una singură, în schimb pentru două mulțimi date M și N există o infinitate de funcții liniare $f: M \to M$. Pentru anumiți M și N toate funcțiile liniare $f: M \to N$ sînt de același tip, însă, în cazul general, există o mulțime de astfel de tipuri. Prin urmare, în general nu se cunoaște nici măcar cum arată o funcție liniară. Cînd vrem să știm dacă o funcție concretă $f: M \to N$ este liniară sau nu, în cazul în care M și N sînt mulțimile particulare pentru care este cunoscut tipul funcțiilor liniare $f: M \to N$, singurul lucru care ne rămîne de făcut este aplicarea definiției funcției liniare.

Funcțiile liniare nu pot fi definite decît pe așa-zisele spații liniare. Să amintim că un spațiu liniar sau vectorial este o mulțime V care are proprietatea că o dată cu două elemente ale sale u și v ea conține și orice element de forma $au + bv$, unde a și b sînt elemente ale unui anumit corp K. Vom nota acest spațiu cu V/K; în această lucrare drept K vom lua spațiul real R și spațiul vectorial corespunzător va fi notat cu V/R. Elementele lui V/R se numesc vectori, iar acelea ale corpului R — scalari. În definiția funcției liniare $f: M \to N$ este necesar ca domeniul de definiție M și mulțimea imagine $f(M)$ să fie spații liniare. Să presupunem deci că M și $f(M)$ sînt spații liniare. Atunci $f: M \to N$ este funcție liniară dacă ea duce suma a doi vectori în suma imaginilor lor prin f, iar produsul unui

vector cu un scalar – în produsul scalarului cu imaginea prin f a vectorului. De exemplu, mulţimea vectorilor **v** din plan formează un spaţiu vectorial V_2, dacă suma vectorilor şi produsul cu scalari este definit într-un anumit mod; funcţia $f: V_2 \to V_2, f(\mathbf{v}) = a\mathbf{v}$, unde a este o matrice de tip 2×2, este o funcţie liniară. Se poate arăta că orice funcţie liniară de la V_2 la V_2 este de această formă, deci în acest caz particular (adică în clasa funcţiilor de la V_2 la V_2) ştim forma generală a unei funcţii liniare, orice altă funcţie din acea clasă fiind neliniară, de unde rezultă că nu putem preciza o formă generală a unei funcţii neliniare din acea clasă. Să considerăm acum o funcţie şi mai simplă $f: [0, 1] \to \mathrm{R}, f(x) = ax$, unde $a \in \mathrm{R}$ este un număr dat. Se poate uşor constata că această funcţie nu este liniară, deoarece mulţimea punctelor de pe segmentul $[0, 1]$ nu poate fi organizată ca spaţiu liniar. În schimb, funcţia $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}, f(x) = ax$ este liniară, orice funcţie liniară de la R la R fiind de forma ax; din nou nici în această cea mai simplă clasă de funcţii de la R la R nu se poate prescrie forma generală a unei funcţii neliniare. Totuşi, funcţia $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}, f(x) = x + 1$ este neliniară, deoarece $f(1 + 2)$ $(= f(3) = 3 + 1 = 4)$ este diferită de $f(1) + f(2)$ $(= 2 + 3 = 5)$.

Pentru studiul sistemelor sinergetice sînt importante funcţiile definite pe mulţimi de funcţii şi cu valori în mulţimi de funcţii, numite *operatori*. Un caz special de operatori îl constituie *funcţionalele*, care sînt funcţii definite pe mulţimi de funcţii cu valori într-un corp (de cele mai multe ori acesta fiind R). Un exemplu de operator liniar este operatorul de derivare cu ajutorul căruia se obţine o primă aproximaţie locală a unei ecuaţii neliniare.

Lămurirea conceptului de neliniaritate are o mare importanţă pentru teoria ecuaţiilor, deoarece fiecare ecuaţie se defineşte cu ajutorul unui operator sau al unei funcţionale. Astfel, ecuaţiile algebrice liniare sînt ecuaţii de forma $ax = 0$, deci se scriu cu ajutorul funcţiilor liniare $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}, f(x) = ax$, în timp ce o ecuaţie algebrică neliniară este, de exemplu, $ax^2 + b = 0$, ea fiind definită cu ajutorul funcţiei $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}, f(x) = ax^2 + b$, unde $a, b \in \mathrm{R}$ sînt date.

Necunoscuta unei ecuaţii algebrice este un număr real sau complex. Există şi alte tipuri de ecuaţii în care necunoscuta *u* este o funcţie ce depinde de o variabilă reală *t*, asupra funcţiei necunoscute efectuîndu-se numai operaţii de derivare. Astfel de ecuaţii se numesc *ecuaţii diferenţiale ordinare* (e.d.o.) şi ele se scriu cu ajutorul unui operator diferenţial, definit pe mulţimi de funcţii ce depind de o singură variabilă. Analog se pot defini şi operatori integrali şi, corespunzător, ecuaţii integrale sau operatori diferenţiali în care argumentul funcţie depinde de mai multe variabile independente, acestor operatori corespunzîndu-le ecuaţii cu derivate parţiale etc. Ecuaţia diferenţială sau integrală se numeşte liniară sau neliniară, după cum operatorul cu ajutorul căruia se scrie este liniar sau neliniar.

În studiul ecuaţiilor diferenţiale (ordinare sau cu derivate parţiale), în scopul separării unei singure soluţii, nu se consideră doar aceste ecuaţii (în general ele avînd o infinitate de soluţii), ci la ele se adaugă aşa-zisele condiţii. Prin condiţii se înţeleg anumite restricţii asupra funcţiei argument *u* şi asupra unora dintre derivatele acestei funcţii, luate în diferite puncte legate de mulţimea de definiţie a lui *u*. Un sistem de ecuaţii diferenţiale şi o mulţime de condiţii alcătuiesc o problemă pentru acele ecuaţii sau, simplu, o problemă. Felul problemei este dat de tipul condiţiilor. O problemă se poate pune sub forma $F(u) = 0$, unde F este un operator diferenţial definit pe anumite mulţimi de funcţii care satisfac condiţiile problemei, în acest fel studiul problemei fiind redus la studiul operatorului (în general) neliniar F, singurul care oferă informaţii complete cantitative şi calitative asupra soluţiei problemei date.

De obicei, pentru determinarea soluţiei *u* a unei e.d.o. se impun anumite condiţii la limită [adică la marginile intervalului de variaţie (t_0, t_1) a lui t] sau iniţiale, la capătul din stînga al acestui interval), sau polilocale (în diferite puncte din intervalul menţionat). Problemele constînd dintr-o e.d.o. şi condiţii se numesc, respectiv, probleme la limită, iniţiale sau polilocale. Din punct de vedere teoretic cea mai importantă este problema Cauchy, care este

o anumită problemă de valori iniţiale şi pentru care se poate demonstra teorema de existenţă şi unicitate a soluţiei într-un cadru general. Denumirea de iniţiale provine din aceea că multe dintre e.d.o. sînt cele ale mecanicii newtoniene, în care variabila t este timpul şi, corespunzător t_0 — momentul iniţial. A studia complet o astfel de problemă înseamnă a da informaţii complete calitative şi cantitative asupra mulţimii soluţiilor acelei probleme. Un astfel de deziderat corespunde exigenţelor sinergeticii, dar nu este satisfăcut decît pentru e.d.o. liniare cu coeficienţi constanţi şi pentru alte cîteva cazuri particulare.

Mai demult au fost studiate cu precădere problemele liniare atît din cauza necunoaşterii unor metode de abordare a cazului neliniar, cît şi datorită faptului că în majoritatea cazurilor, în condiţiile de atunci ale tehnicii, cazul liniar era suficient. În prezent, cazul liniar continuă să fie studiat dar, în principal, pentru informaţia pe care acesta o furnizează problemelor neliniare. Însă, chiar pentru problemele liniare dintre cele mai simple, în general nu se pot spune prea multe despre comportamentul soluţiilor, sau acest comportament poate prezenta aspecte nedorite ca neunicitate, bifurcaţie şi instabilitate.

Studiul unei probleme pentru o e.d.o. devine considerabil mai greu cînd ecuaţia conţine parametri (prin parametru de obicei se înţelege un argument al funcţiei necunoscute, argument în raport cu care nu se face derivarea, în anumite situaţii fizice fiind constant).

Există două proprietăţi care au loc pentru orice problemă liniară, dar care, în general, nu sînt valabile pentru problemele neliniare: 1) problema liniară are întotdeauna soluţia nulă şi aceasta pentru orice valoare a parametrului λ dacă problema depinde de λ; 2) modulul, mărimea soluţiilor problemelor liniare nu poate fi determinată. Într-adevăr, dacă $u \neq 0$ este soluţia unei astfel de probleme, atunci şi au este soluţie a sa pentru orice scalar a. Rezultă astfel şi faptul că întotdeauna o problemă liniară care are o soluţie nebanală are o infinitate de soluţii.

În studiul calitativ, ideea centrală este deducerea proprietăţilor soluţiilor unei probleme neliniare din cele

corespunzătoare problemei liniare, obținute din prima prin liniarizare în raport cu una dintre soluțiile sale. Pe de altă parte, cum cele mai multe proprietăți sînt cunoscute pentru operatori liniari definiți și cu valori în spații liniare finit dimensionale, o a doua mare idee în studiul teoretic și numeric al problemelor neliniare este aceea a reducerii dimensiunii acestor spații (prin demonstrarea unor teoreme care să asigure faptul că anumite proprietăți ale soluțiilor problemelor neliniare în spații infinit dimensionale sînt valabile și pentru problemele atașate în spații finit dimensionale).

Modelele matematice ale sistemelor sinergetice sînt cazuri particulare ale următoarelor două tipuri de probleme neliniare pentru ecuații diferențiale: $\frac{du}{dt} = F(\lambda, t, u)$ și $F(\lambda, t, u) = 0$, în care λ este parametrul (de control) al problemei (de obicei $\lambda \in R^n$), F este un operator neliniar, t este variabila independentă (de cele mai multe ori timpul), iar u — funcția necunoscută. De aici rezultă asemănarea caracteristicilor principale ale proceselor sinergetice, procese ale căror modele matematice sînt soluții u ale acestor ecuații. Aceste ecuații au un mare grad de generalitate datorită posibilității practic nelimitate de definire a simbolurilor ce apar în ele.

O primă dificultate în tratarea matematică a modelelor sinergeticii este încadrarea acestora în teoriile deja existente în analiza funcțională. Mai precis, în această știință se stabilesc rezultate privitoare la clase mari de operatori, în care, de cele mai multe ori, nu sînt incluși operatorii concreți din problemele practice sau, dacă sînt incluși, nu este deloc ușor să se demonstreze că un operator concret, particular, aparține acelei clase, mai ales că el este furnizat de științele particulare sub formă clasică, iar în analiză este vorba de o formă generalizată a sa, simbolistica rămînînd aceeași, avînd însă un conținut mult mai bogat.

2.2. OSCILAŢII ŞI UNDE

Dintre toate tipurile de soluţii ale ecuaţiilor diferenţiale ordinare cele mai importante sînt aşa-numitele oscilaţii — soluţii particulare de tipul $Ae^{i}(\omega t - \beta)$, $(A, \omega, \beta \in R)$ ale unor e.d.o. liniare, unde A se numeşte amplitudinea oscilaţiei, ω — frecvenţa oscilaţiei, iar $\omega t - \beta$ — faza oscilaţiei. Inginerii, fizicienii, mecanicienii şi mulţi alţi specialişti mînuiesc cu o adevărată artă aceste oscilaţii şi intuiesc cu fineţe un fenomen evolutiv descris ca o superpoziţie a lor sau descompun inspirat un fenomen în „module" de acest tip (oscilaţii). Mai rar îşi pun problema dacă această compunere sau descompunere a oscilaţiilor este justificată matematic, ţinînd seama că fenomenele evolutive sînt descrise de ecuaţii diferenţiale *neliniare* pentru care, în general, principiul superpoziţiei nu funcţionează, iar oscilaţiile nu constituie soluţii ale lor. (Principiul superpoziţiei, care are loc în toate problemele liniare, dar şi în unele neliniare, afirmă că orice combinaţie liniară de anumite soluţii ale problemei este soluţie a acelei probleme.) Cum pentru probleme neliniare pentru e.d.o. în general nu sînt cunoscute metode analitice de rezolvare, recurgerea la suprapuneri de soluţii de ecuaţii liniare este dictată de necesitatea găsirii, în acest mod, a unei aproximări a soluţiei. Justificarea acestei aproximări aparţine analizei calitative a problemelor pentru e.d.o., constînd din demonstrarea existenţei şi unicităţii soluţiei, determinării dependenţei ei de date şi comportarea asimptotică, fără a se cunoaşte soluţia, ci numai cu ajutorul datelor. Dacă problema modelează un fenomen real, atunci această analiză va servi şi la interpretarea realităţii acestei probleme. Analiza calitativă a modelelor depinde de datele problemelor prin care ele se exprimă (adică de parametrii ce apar în ele şi de condiţii).

Spunem că soluţiile unor ecuaţii algebrice nu se comportă bine cînd acestea nu sînt unice (reprezentarea grafică în funcţie de parametru a acestor soluţii avînd forma unor ramuri ce se bifurcă dintr-o curbă de soluţii nule) sau cînd aceste soluţii nu există. În plus, în cazul ecuaţiilor

diferenţiale (şi mai ales al acelora neliniare) pot apărea instabilităţi (depărtări mari ale unor soluţii corespunzătoare unor date apropiate), fenomene de rezonanţă etc. Fenomenele de rezonanţă au loc la ecuaţiile neliniare de forma $F(x) = c(t)$, în care $c(t)$ (termenul de forţă) este o funcţie periodică de timp cunoscută, iar ecuaţia diferenţială ordinară liniară, cu coeficienţi constanţi $F(x) = 0$, obţinută formal pentru $c(t) = 0$, admite soluţii sub formă de oscilaţii a căror frecvenţă (numită naturală) este egală cu cea a lui $c(t)$. Comportamentul unei soluţii a unei e.d.o. la rezonanţă ce modelează un fenomen evolutiv real corespunde în realitate cazului cînd acel fenomen are o spectaculozitate şi periculozitate deosebite. El este cauza spargerii cristalelor unei lustre în preajama căreia cîntă un tenor, a ruperii structurilor elastice la poduri (cînd pe acesta se trece într-o anumită cadenţă), a unor organe ale vehiculelor ce trec peste un teren cu denivelări periodice (ca acelea dintre rosturile şinelor de tren), a scheletului avionului (datorită flutterului) etc. Modelul geometric cel mai mult folosit al unei structuri elastice este bara, placa şi membrana elastică, podul şi avionul fiind aproximate ca una dintre acestea. Una dintre cele mai sugestive descrieri ale apariţiei rezonanţei [14] se referă la dezastrul de la podul Takoma. Dat în folosinţă la 1 iulie 1940, podul suspendat Takoma (cu deschiderea de 2800 picioare, 1 picior $\approx$ 1/3 m) (fig. 5) a avut de la început oscilaţii verticale de răsucire datorită acţiunii vîntului uniform. Aceste oscilaţii păreau ciudate şi li s-a dat denumirea „Gertie în galop". După 4 luni de exploatare, podul a început să onduleze persistent timp de 3 ore, porţiuni din lungimea sa oscilînd periodic în sus şi în jos pe o distanţă de 3 picioare, apoi a părut că se frînge, podul oscilînd violent. A început să crape, prăbuşindu-se din cauza vibraţiilor aeroelastice cînd răsucirea atinsese 45° faţă de orizontală. Mai exact, căderea podului Takoma a fost cauzată de forţa aerodinamică periodică perturbatoare, datorită desprinderii vîrtejurilor de muchea unui corp (podul) atacat de un curent de aer. Dintre alte rezonanţe produse de desprinderea vîrtejurilor de fluid menţionăm pe acelea observate în coşurile de oţel ale fabricilor şi în

periscoapele submarinelor. Tot fenomenului de rezonanţă i se datorește prăbușirea podului suspendat Bronghton de lîngă Manchester (Anglia) în 1931, cînd o coloană de soldaţi mărșăluia în cadenţă, pe pod, dînd naștere unei forţe periodice de frecvenţă egală cu frecvenţa naturală a podului.

Din punct de vedere matematic, apariţia fenomenului de rezonanţă marchează trecerea bruscă de la un tip de

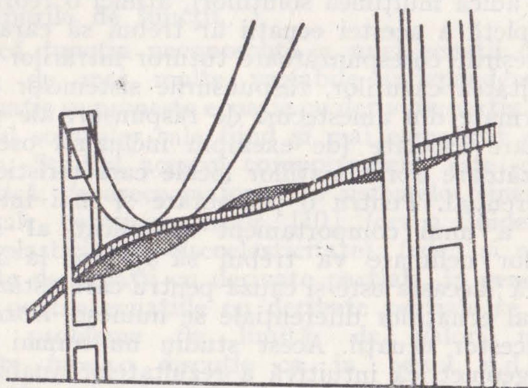


Fig. 5.

variaţie în raport cu variabila independentă a soluţiei ecuaţiei $F(x) = c(t)$ menţionate, la un alt tip, cînd frecvenţa lui c (care joacă rol de parametru de control al problemei) variază puţin peste un anumit prag. Acest aspect al comportării soluţiei unei probleme ușor neliniare (și anume afine), datorită prezenţei lui $c(t)$, accentua pe cel întîlnit mai înainte în cazul liniar, putîndu-ne aștepta și la alte comportări mai rele cînd $c(t)$ este o funcţie mai generală. În plus, trebuie menţionat că această prezentare nu a epuizat toate aspectele mulţimii soluţiilor ecuaţiei $F(x) = c(t)$. Cu atît mai complicată va fi comportarea mulţimii soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale ordinare cu coeficienţi funcţii periodice de timp sau, încă mai mult, cînd acești coeficienţi vor fi funcţii cvasiperiodice în timp. Nu mai vorbim de cazul dependenţei generale de timp a acelor coeficienţi. Pentru cazul neliniar, general, nici nu ne putem imagina

ce comportări vor putea apărea în realitate, probabil, depășind și aici așteptările celor mai inspirate minți. Această afirmație se bazează pe descoperirea unor comportamente cu totul neașteptate, chiar pentru ecuații neliniare dintre cele mai simple.

În general, dacă problema $F(x) = c(t)$ este asimilată unui sistem sinergetic S (în sensul teoriei generale a sistemelor) care transformă o intrare (deci datele) într-o ieșire (răspuns, adică mulțimea soluțiilor), atunci o teorie calitativă completă a acestei ecuații ar trebui să caracterizeze complet ieșirile corespunzătoare tuturor intrărilor posibile. În majoritatea cazurilor, răspunsurile sistemelor neliniare vor fi formate din amestecuri de răspunsuri ale unor sisteme liniare asociate (de exemplu incluzînd oscilații) și corespunzătoare aproximațiilor locale caracteristice calculului diferențial. Pentru o prezentare și mai intuitivă și completă a unui comportament complicat al soluțiilor problemelor neliniare va trebui să apelăm la imaginea geometrică; aceasta este și cauza pentru care astăzi studiul calitativ al ecuațiilor diferențiale se numește *teorie geometrică* a acestor ecuații. Acest studiu nu numai că dă o versiune geometrică intuitivă a rezultatelor analizei funcționale, dar caracterul său de generalitate, globalitate, permite „încleierea" rezultatelor locale ale acestei analize și obținerea unei imagini complete a comportării soluției unei mulțimi de probleme Cauchy, scrise sub formă de sistem dinamic. Se ajunge astfel la o teorie numită analiză globală, care îmbină armonios elemente de topologie și geometrie diferențială și analiză funcțională neliniară. Numai în acest cadru larg pot fi luate în considerație toate datele posibile ale problemei și, de asemenea, prezența parametrilor, toate acestea fiind utile în înțelegerea unui fenomen care trece prin diferite stări sau în efectuarea unui calcul numeric pentru valori concrete ale parametrilor (datelor). Într-adevăr, dacă un studiu calitativ al problemei cu parametri (și deci al sistemului dinamic atașat) este deja efectuat, atunci știm dinainte la ce comportări să ne așteptăm în diferite situații particulare concrete, ceea ce ne dă posibilitatea unui control dorit al fenomenului și luării de măsuri corespunzătoare în calculul numeric.

În exemplele date soluţiile existau pentru toţi t reali; în general, însă, în marea majoritate a problemelor neliniare existenţa soluţiei încetează după un timp finit, aceste probleme avînd, în general, pentru o valoare concretă a parametrului, mai multe soluţii, una sau nici una. De aceea, nu toate problemele vor putea fi scrise ca sisteme dinamice, ci numai acelea în care soluţia există şi este unică. Ca atare în aceste cazuri trebuie apelat la concepte matematice mai generale decît sistemul dinamic şi anume semigrupurile de funcţii.

Dacă funcţia necunoscută a unei ecuaţii diferenţiale depinde de mai multe variabile independente, atunci acea ecuaţie se numeşte ecuaţie cu derivate parţiale, comportamentul soluţiilor sale fiind şi mai complicat decît acela al e.d.o. Studiul acestui comportament este de bază în sinergetică, deoarece majoritatea sistemelor sinergetice din mecanicile continuumurilor [10] (cea a fluidelor, elasticitate, plasticitate, vîscoelasticitate), fizică şi chimie sînt modelate de ecuaţii cu derivate parţiale, în general neliniare. Şi pentru ecuaţiile cu derivate parţiale se pot defini diferite probleme (la limită, de valori iniţiale) şi se poate face o discuţie ca în cazul e.d.o. Astfel, unele dintre soluţiile particulare ale acestor probleme liniare sau uşor neliniare se numesc *unde liniare* şi ele satisfac principiul superpoziţiei. Ecuaţia cea mai caracteristică cu astfel de soluţii tipice se numeşte chiar ecuaţia undelor. Undele reprezintă elementele, ,,modulele'', cu ajutorul cărora se scrie forma generală a soluţiilor anumitor ecuaţii cu derivate parţiale neliniare; ele corespund oscilaţiilor pentru e.d.o.

2.3. SOLITONII ŞI ALTE UNDE NELINIARE

În ultimele decenii au început să fie studiate cu precădere cîteva ecuaţii cu derivate parţiale neliniare, acum deja celebre, care posedă anumite soluţii de tip undă neliniară, numite solitoni. Proprietăţile matematice ale solitonilor îi fac asemănători particulelor materiale, în fizica

neliniară ei apărînd ca excitații elementare naturale. Posedînd proprietatea de superpoziție neliniară, ei constituie soluții elementare (cărămizi), în care se descompun, în anumite situații, soluțiile ecuațiilor cu derivate parțiale neliniare. Un prim tip de solitoni sînt undele solitare, de obicei studiate de teoria valurilor în ape puțin adînci.

Teoria valurilor are o tradiție recunoscută în Anglia. Cu toate acestea tocmai acolo avea să fie semnalată acum un secol și jumătate de către Scott Russell una dintre undele staționare, lungi — unda solitară — care nu se încadra în nici una dintre teoriile existente. În acel memorabil august 1844, în timp ce stătea pe malul canalului Union care unea Edinburgh de canalul Clyde care pornește din Glasgow, Russell a observat că, după o ciocnire cu un obstacol parțial scufundat în apă, o barcă ce mergea s-a oprit dintr-o dată. Încetarea bruscă a mișcării sale a creat un val cu creastă lungă, de amplitudine egală cu aproximativ 46 cm, undă care a pornit să se deplaseze în josul canalului. Urmărind-o călare, Russell a remarcat că pe o lungime cam de 2—3 km această undă ciudată se propaga ca un corp solid, fără să-și schimbe mult forma sau viteza. Fascinat, el a continuat să observe fenomenul, efectuînd experiențe în laborator, în 1844 reportînd rezultatele acestora, iar în 1845 publicîndu-le. În 1849 Stokes a introdus parametrul de control $S = aL^2/h^3$, cunoscut azi ca numărul lui Stokes, esențial în descrierea undei solitare, în care a este o amplitudine caracteristică (de obicei maximă) a undei, L — lungimea caracteristică a undei, iar h — adîncimea apei neperturbate. În 1872 J. Boussinesq găsește forma aproximativă de clopot a profilului undei solitare $u(t, x) = \text{sech}^2 \left[\frac{b}{2}(x - ct)\right]$, în care $b^2 = 3a[h^2(a + h)]^{-1}$, $c^2 = g(a + h)$, g fiind accelerația gravitațională. Menționăm că expresia lui c fusese obținută empiric și de Russell. Unda solitară a lui Boussinesq se propagă cu o viteză c care depinde de amplitudinea undelor, fără să-și schimbe forma (fig. 6). Tot în scopul tratării teoretice a undelor solitare D. J. Korteweg și G. de Vries deduc, în 1895, din modelele matematice ale mișcării fluidelor, ecuația $u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$, care le poartă numele și care după

1965 a devenit una dintre cele mai mult studiate ecuații ale fizicii matematice. Pentru prima dată aceștia arată că numărul lui Stokes corespunzător undelor solitare este moderat. Ecuația Korteweg-de Vries admite soluție sub formă de undă solitară, care coincide cu cea a lui Boussinesq pînă la termeni în a^2. Se poate arăta că undele solitare se ciocnesc elastic ca și particulele materiale, își schimbă locul, transferîndu-și energie, impuls și deci amplitu-

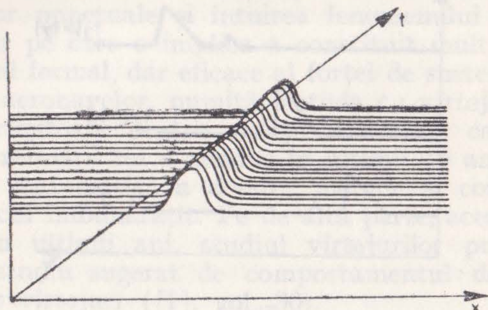


Fig. 6.

dine, fără însă să-și schimbe forma inițială sau trec una prin alta, interacționînd două cîte două și inducînd anumite defazaje. Cele semnalate de Russell se exprimă astfel: unda (perturbația) inițială, imprimată apei de ciocnirea bărcii cu obiectul din apă, s-a spart ulterior într-un tren de solitoni, soluții ale ecuației Korteweg-de Vries, viteza de propagare a fiecăreia dintre aceste unde depinzînd de amplitudinea sa. În fig. 7 se arată schematic două unde solitatere, una avînd o amplitudine mai mare decît cealaltă la momentul inițial $t_1 = 0$ și anume, cea cu amplitudinea mai mare fiind în stînga celei cu amplitudine mai mică. Pe măsură ce timpul crește, la un t_2 cele două unde se ciocnesc, interacționează și la timpi mai mari decît t_2 cele două unde solitare se separă din nou și se așază în ordine inversă, unda de amplitudine mai mare în dreapta celei de amplitudine mai mică.

Interacţiunea specială a undelor neliniare (ciocnirea) care lasă undele neschimbate, abstracţie făcînd de un defazaj, este trăsătura definitoare a *solitonilor* ([1], vol. 4, p. 219). Această noţiune nu este riguroasă şi nu are încă un corespondent matematic bine stabilit. Literatura ultimilor 4—5 ani abundă în simulări numerice ale solitonilor, simulări care evidenţiază că la ciocnirea a doi solitoni există întotdeauna o „spărtură" între ei, iar amplitudinea

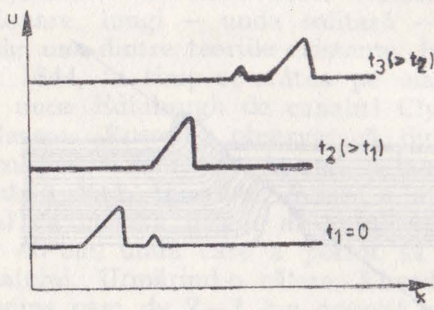


Fig. 7.

trece într-un mod încă necunoscut dintr-o parte în alta a acesteia.

Cu toate că începînd din 1965 studiul numeric al solitonilor şi deci al undelor solitare a cunoscut o intensitate deosebită, totuşi el este departe de a fi încheiat. Deducerea analitică a solitonilor se face în principal cu ajutorul unei anumite metode (a împrăştierii inverse) ; există unde solitare care verifică anumite ecuaţii cu derivate parţiale neliniare, ecuaţii cărora nu li se poate aplica această metodă. Corespunzător, studiul interacţiunii soluţiilor de tip undă solitară se poate efectua numai numeric. Un alt tip de solitoni sînt soluţiile kink, sub formă de şocuri de tip treaptă. Două astfel de unde se ciocnesc, fuzionează şi apoi apar ca un singur şoc. Nu toate soluţiile kink sînt solitoni, ci numai cele care au proprietatea că derivatele lor (care sînt unde solitare sub formă de clopot) sînt unde solitare de tip soliton ; într-adevăr, în acest caz şi soluţiile kink au proprietate de soliton.

În hidrodinamică, în afară de undele solitare de gravitaţie de tip soliton în apele puţin adînci, există şi alţi solitoni cunoscuţi sub denumirea de vîrtejuri punctuale. Se ştia demult că aceste soluţii se comportă oarecum ca particulele, deoarece dinamica punctelor lor de aplicaţie (centrele vîrtejurilor) este aceeaşi ca aceea dată de ecuaţiile de mişcare a fluidelor ideale. Drept rezultat, centrele acestor vîrtejuri sînt cărate (convectate) de fluidul în mişcare, aşa cum sînt purtate impurităţile de către o apă curgătoare. Această sesizabilitate (vizualizare) „materială" a vîrtejurilor punctuale şi intuirea fenomenului de curgere a fluidelor pe care o implica a constituit mult timp baza unui calcul formal, dar eficace al forţei de sustentaţie (portanţei) a aeronavelor, numită metoda cu vîrtejuri. Importanţa covîrşitoare pentru aviaţie a acestui calcul şi necesitatea rafinării lui a condus în ultimii 15 ani la fundamentarea matematică a acestor metode şi corespunzător la un calcul îmbunătăţit. Pe de altă parte, aceasta a făcut posibil, în ultimii ani, studiul vîrtejurilor punctuale ca solitoni, studiu sugerat de comportamentul de particulă al acestor vîrtejuri ([1], vol. 30).

Solitonii apar şi în fizică : teoria plasmei şi interacţiunea radiaţiei cu plasma, supraconductibilitatea (teoria joncţiunii Josephson), teoria lichidului Fermi: unde de spin în fazele *A* şi *B* ale lichidului ^{3}He sub 2,6 mK, feromagnetism (mişcarea pereţilor Bloch), optica neliniară rezonantă sau nerezonantă şi fizica laserilor, fizica cristalelor neliniare (teoria dislocaţiilor, cristale anarmonice), fenomene recurente în transport termic şi comportament neergodic (problema Fermi—Pasta—Ulam), tranziţii de fază de deplasare (feroelectricitate), materiale conductoare unidimensionale, teoria particulelor fundamentale. Prezenţa solitonilor şi în astrofizică (s-au sugerat solitoni în coroana solară) şi în multe alte domenii este încă o dovadă a puterii unificatoare a sinergeticii.

Solitonii modelează numai un tip particular de fenomene ondulatorii, de mare interes în sinergetică, ele apărînd în formarea structurilor periodice. Din punct de vedere matematic aceste fenomene sînt modelate de unde neliniare şi ele fac obiectul aşa-numitei teorii a undelor neliniare,

cîmp de cercetare interdisciplinar care are la bază mecanica mediilor continue și se aplică la fenomene ondulatorii în pămînt, oceane, atmosferă, mașini, instalații acustice și electrice, sisteme biologice etc. Nu se cunoaște o definiție generală a undei (neliniare), ci doar se știe că unda este un anumit tip de soluție a unei ecuații diferențiale, ce conține timpul și cel puțin o variabilă spațială și care corespunde unei perturbații clar identificabile, fie localizată fie nu, care se propagă cu timpul. Undele de amplitudine finită care satisfac anumite ecuații diferențiale de evoluție neliniare au fost numite *unde neliniare*, un caz particular al lor fiind solitonii. (Prin ecuație de evoluție se înțelege ecuația căreia i se poate atașa un sistem dinamic.) Undele liniare sînt deosebit de importante în studiul stabilității fenomenelor, deoarece perturbațiile se presupun a fi astfel de unde. Această presupunere se bazează pe aceea că orice solutie a unei ecuații diferențiale liniare se poate scrie ca o serie de anumite funcții care sînt unde liniare, teoria solitonilor aducînd rezultatul inestimabil că, deocamdată în anumite condiții, această scriere are loc similar și în cazul ecuațiilor neliniare, rolul funcțiilor din aceste serii jucîndu-l solitonii (principiul de superpoziție neliniară). Cum o serie de funcții echivalează cu o superpoziție de acele funcții, rezultă că solitonii, deși unde neliniare, au totuși o anumită proprietate de superpoziție (neliniară). În aceasta evidențiem o idee pe cît de simplă, pe atît de remarcabilă și anume aceea de a privi obiectele complicate alcătuite din părți simple, elementare, așa cum clădirile sînt formate din cărămizi, organismele vii din celule, aparatele electronice din componente elementare și, în general, orice ansamblu — din subansamble, orice sistem — din subsisteme.

2.4. EVOLUȚIA MODELATĂ CA SISTEM DINAMIC

Sinergetica studiază autoorganizarea sistemelor, sesizabilă la nivel macroscopic, acolo unde procesele prezintă caracteristici generale analoage, tranziții de fază bruște,

fenomene critice etc. Trăsăturile comune, esențiale ale acestor fenomene sînt date de conceptul matematic de sistem dinamic : acesta descrie procesele evolutive de orice natură, procese numite mișcări, ca de exemplu mișcarea mecanică, oscilațiile chimice, biologice, procesele termodinamice (în care are loc atît mișcarea mecanică cît și conducția și convecția termică) etc. Cu alte cuvinte, sistemul dinamic modelează mișcarea în sensul său cel mai larg ; de aceea în studiile de sinergetică apar sisteme dinamice generale, echivalența topologică ce caracterizează sistemele dinamice constituind sursa analogiilor din această știință.

În vorbirea obișnuită și în științele mecanice prin mișcare mecanică a unui punct material P se înțelege schimbarea poziției acelui punct față de un sistem de referință. Mișcarea mecanică este cea mai simplă evoluție și pentru a o înțelege vom considera cazul particular al punctului P care se mișcă într-un plan (de exemplu, o bilă se rostogolește pe o masă) și fie x și y coordonatele acelui punct (în exemplul ales — coordonatele centrului bilei). Aceste coordonate sînt funcții de timpul t, astfel că poziția punctului P la momentul t este dată de perechea de valori (x, y) ale funcțiilor $x(t)$, $y(t)$ la acel moment. Locul geometric al tuturor pozițiilor (x, y) ale punctului P pentru toți t de pe axa reală a timpului este o curbă din planul R^2, numită traiectoria acelui punct din spațiul fizic R^2 și a cărei reprezentare parametrică este $x = x(t)$, $y = y(t)$ sau, eliminînd pe t, $y = y(x)$ (fig. 8). Săgețile de pe această traiectorie indică sensul de creștere a timpului. Perechea $(x(t), y(t))$ de funcții de timp este modelul matematic al mișcării punctului material, graficul său fiind traiectoria mișcării. Această traiectorie se obține și altfel : să reprezentăm la fiecare moment t poziția punctului material P ca în fig. 9, desenînd planul R^2 la fiecare t. Atunci, unind toate aceste poziții, se obține o curbă a cărei proiecție în oricare dintre planele R^2 este tocmai traiectoria mișcării lui P. Două astfel de plane sînt cu atît mai apropiate, cu cît ele corespund unor timpi mai apropiați. O poziționare a punctelor materiale dintr-un astfel de plan apare ca o înghețare la timpul corespunzător

a mişcării acelui punct material, iar mişcarea sa revine la o succesiune infinită în timp de astfel de stări de îngheţare. [Acest procedeu este cel folosit în cinematografie pentru redarea mişcării : mai multe clişee (porţiuni din

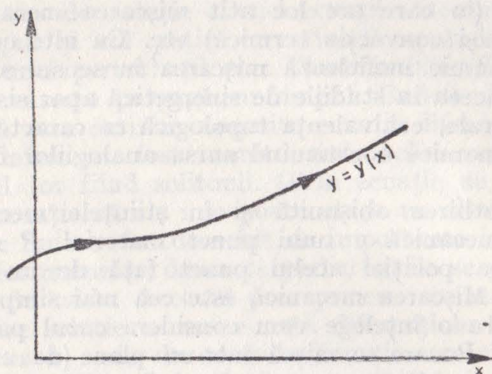


Fig. 8.

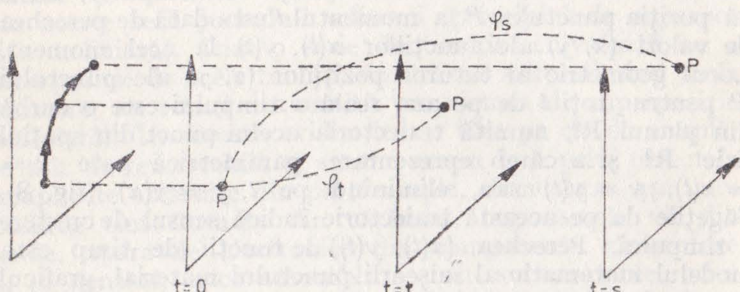


Fig. 9.

planul R^2) au imprimate pe ele imagini care diferă cu atît mai puţin una de alta, cu cît clişeele respective sînt mai apropiate unul de altul în succesiunea de clişee (care este filmul). Prin derularea filmului clişeele se succed cu o astfel de repeziciune, încît inerţia ochiului suplineşte lipsa clişeelor intermediare care să conţină toate modificările suferite

de imagini între cele două momente de timp corespunzătoare.]

Generalizarea noțiunii de mișcare mecanică a condus la noțiunea de sistem dinamic, care este o familie infinită de funcții $\varphi_t : M \to M$ (în această familie existînd pentru fiecare moment de timp t cîte o funcție φ_t). Funcțiile φ_t nu pot fi arbitrare, căci ele trebuie să prindă anumite proprietăți ale mișcării reale. Astfel, fiecare φ_t generalizează următoarea proprietate a mișcării mecanice: dacă un punct se mișcă de la $t = 0$ la $t = t$ și apoi de la $t = t$ la $t = s$, atunci el ajunge în aceeași poziție ca și atunci cînd se mișcă de la $t = 0$ la $t = s$ (cînd mișcarea sa are loc sub influența acelorași forțe). De asemenea, este necesar ca funcțiile φ_t și inversele lor φ_t^{-1} să fie continue, ceea ce corespunde impenetrabilității materiei, adică traiectoriile pornite din puncte diferite nu se vor intersecta niciodată. Alte proprietăți specifice unui fenomen real dat vor impune asupra funcțiilor φ_t restricții de ordin topologic, deci care țin de structura topologică a lui M.

Structurarea topologică a unei mulțimi este una dintre cele mai generale posibile. Ea se realizează cu ajutorul unei mulțimi de părți ale sale (vecinătăți), numite *topologie*, părți care trebuie să aibă anumite posibilități de a se intersecta și, corespunzător, de a defini vecinătatea punctelor lui M. Aceasta arată că structura topologică are un grad foarte mare de generalitate, potrivit pentru sinergetica care studiază sisteme extrem de variate și deci care au în comun doar proprietăți extrem de sărace, dar generale. O mulțime pe care se poate defini o structură topologică se numește *spațiu topologic*. Noțiunea de spațiu topologic este fundamentală atît în matematică, cît și pentru modelarea matematică, deoarece noțiuni ca funcție continuă, mulțime continuă (adică continuum), mulțime conexă (fără găuri, dintr-o bucată), mulțime compactă (care generalizează mulțimile închise și mărginite din spațiu), stabilitate, atractivitate, dependență de date, precizie a unei rezolvări numerice etc. se definesc în spații topologice și diferă de la un spațiu topologic la altul. Pentru o noțiune intuitivă din vorbirea curentă (cum ar fi continuitatea), din punct de vedere matematic există mai

multe (uneori chiar o infinitate) de posibilități de modelare a sa, în funcție de spațiul topologic ales. De aceea, dintre toate posibilitățile trebuie aleasă cea care conduce la rezultate calitative și cantitative cele mai apropiate de noțiunea modelată (în speță continuitatea), în această alegere constînd intuiția profundă a modelatorului. Dacă între două mulțimi se poate stabili o corespondență dată de o funcție continuă și care are inversă continuă, atunci acele *mulțimi* se numesc *topologic echivalente*. Dacă X_1 și X_2 sînt topologic echivalente, atunci anumite proprietăți (cum ar fi continuitatea funcțiilor, conexiunea mulțimilor) au loc într-una dintre aceste mulțimi dacă și numai dacă ele au loc și în cealaltă. Mulțimile echivalente topologic (sau în raport cu alte structuri) se notează la fel, matematicianul nedistingînd între aceste mulțimi cînd face operații implicate de structurile topologice (sau corespunzătoare acelor structuri); în schimb cercetătorul din științele particulare este interesat de natura elementelor acelor mulțimi.

Mulțimea M de definiție a funcțiilor ce alcătuiesc un sistem dinamic este un spațiu topologic numit spațiul fazelor și ea este mulțimea tuturor stărilor posibile (fazelor) ale sistemului sinergetic considerat. Prin fază sau stare înțelegem valoarea la un t fixat (înghețat) a mulțimii funcțiilor ce caracterizează macroscopic procesul evolutiv din acel sistem sinergetic. În exemplul cu bila o fază era poziția (x, y), iar $M = \mathrm{R}^2$. În cazul fluidelor o fază este $(\mathbf{v}, p, T)$; dacă în acesta au loc fenomene chimice, atunci o fază este $(\mathbf{v}, p, T, C)$, iar în cazul acțiunii cîmpului electromagnetic asupra unui fluid magnetic și conductor electric (de exemplu, plasma) o fază este $(\mathbf{v}, p, T, C, \mathbf{E}, \mathbf{H})$, în care $\mathbf{v}$ este viteza, p — presiunea, T — temperatura, C — concentrația, $\mathbf{E}$ — intensitatea cîmpului electric și $\mathbf{H}$ — intensitatea cîmpului magnetic. Toate aceste mărimi sînt cîmpuri. Evident, pentru a defini o fază toate aceste cîmpuri se iau la un anumit timp fixat. Fiecare astfel de cîmp este un element al unui spațiu topologic și liniar, infinit dimensional, de funcții, în general continue.

Pentru descrierea mişcării turbulente (a fluidelor, de exemplu) şi în mecanica cuantică se definesc spaţii ale fazelor şi mai generale decît mulţimile de sisteme de k funcţii continue (k-uple). Dar chiar şi în acest caz, fenomenele descrise de sistemele dinamice corespunzătoare (stocastice) sînt deterministe, adică din cunoaşterea lor la un moment dat (evident, cu o anumită probabilitate) se poate deduce evoluţia lor la orice moment ulterior (de asemenea, cu o anumită probabilitate). Determinismul este conţinut de proprietatea ca unei stări iniţiale să-i corespundă o stare unică la orice moment ulterior. În sistemele dinamice generale, analogul traiectoriei fizice din exemplul cu bila va fi traiectoria de fază din M, fiecărui proces evolutiv corespunzîndu-i o astfel de traiectorie. Mulţimea tuturor traiectoriilor de fază formează *portretul de fază*, care constituie corespondentul geometric al comportamentului macroscopic al unui sistem sinergetic. *Acest* comportament este deci judecat şi vizualizat în spaţiul fazelor M şi deci în raport cu topologia definită acolo. De aceea toate consideraţiile din teoria sistemelor dinamice nu privesc direct fenomenul din spaţiul fizic decît în cazuri cu totul particulare, ci modelarea sa în spaţiul fazelor, fără însă a se mai menţiona acest lucru. Evoluţia modelată de sistemul dinamic este deci o mişcare în spaţiul fazelor care descrie dinamica nu a poziţiei (sau nu numai a poziţiei) unui punct material, ci şi a altor caracteristici ale sale ca viteză, temperatură, concentraţie. Această evoluţie mai poate fi descrisă şi în $R \times M$, numit spaţiul fazelor extins (fig. 10), cu ajutorul unor curbe, numite curbe integrale, şi a căror proiecţie pe M este tocmai traiectorie de fază. Prin însăşi definiţia sa sistemul dinamic ia în consideraţie toate datele posibile ale sistemului (fiecare dată iniţială fiind punctul prin care trece traiectoria de fază corespunzătoare mişcării din natură, procesului) pe toată durata desfăşurării procesului din el ($t \in R$), cu ajutorul tuturor nuanţelor matematice de care se dispune (legate de diferite topologii). De aici rezultă gradul de generalitate al acestui concept. Să mai remarcăm că deoarece φ_t şi φ_t^{-1} sînt continue, ele duc mulţimi din M în alte mulţimi din M topologic echivalente, aşa cum este cercul cu elipsa,

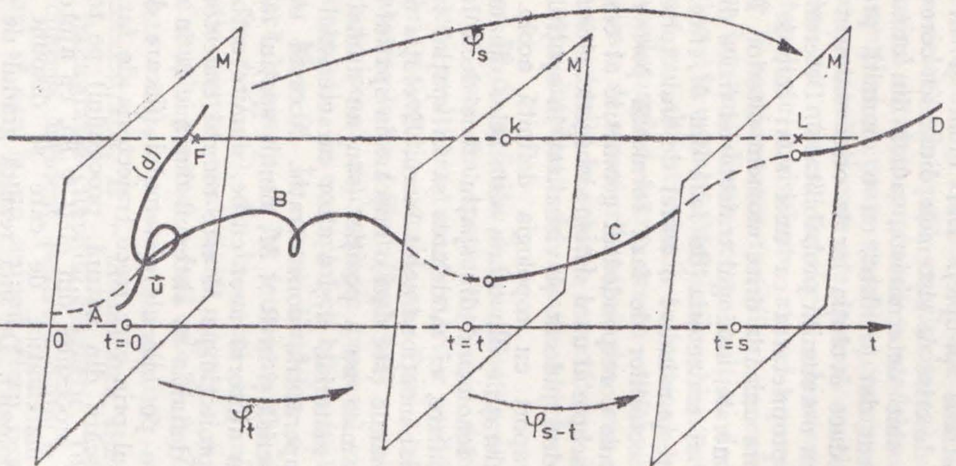


Fig. 10.

avînd în același timp aceleași proprietăți de continuitate, conexiune, mărginire etc.

O noțiune importantă legată de spațiul topologic este aceea de mulțime *discretă* ca mulțime care nu conține părți continue *(continuumuri)*. În mecanicile fluidelor și mediilor elastice, în electromagnetism, în chimie există modelări ale materialelor cu ajutorul conceptelor de mulțimi continue (fluidul — ca un domeniu din spațiu, o membrană elastică — ca o suprafață fără găuri). Aceleași materiale pot fi însă modelate și cu ajutorul unor mulțimi discrete de puncte materiale, studiul acestor modele discrete făcînd obiectul mecanicilor statistice.

Procesele evolutive din sistemele mecanice, fizice și chimice se modelează prin sisteme dinamice definite pe spații ale fazelor *M* care au și structuri algebrice de spații liniare în general de dimensiune infinită. Lor le corespund, în limbaj analitic, probleme pentru ecuații diferențiale ordinare, cu derivate parțiale sau și mai generale care fac ca teoria sistemelor dinamice să aparțină disciplinei foarte largi, numite analiză globală.

În reprezentarea geometrică a traiectoriilor de fază, cele mai importante sînt echilibrele și ciclurile: curba integrală, corespunzătoare unui fenomen staționar, este o „dreaptă" paralelă cu axa timpului (*FKL* în fig. 10), traiectoria de fază corespunzătoare fiind un punct (*F*), numindu-se *echilibru*. Un astfel de punct modelează, în particular, echilibrul termodinamic, dar noțiunea de sistem dinamic este atît de generală, încît echilibrele sale pot fi și altele. De aceea sinergetica care se bazează pe teoria sistemelor dinamice generale este mai generală decît termodinamica căreia îi corespunde un sistem dinamic particular. Dacă fenomenul este *periodic în timp*, atunci curba sa integrală se află pe o suprafață cilindrică cu generatoarea paralelă cu axa timpului, iar traiectoria de fază este o *curbă închisă (ciclu)*. Fenomenele dublu periodice în timp sînt caracterizate de traiectorii care se găsesc pe un tor (fig. 11). O traiectorie de fază nestaționară, neperiodică, deci arbitrară în general se va reprezenta printr-o curbă de tipul curbei (*d*) din această figură. Totalitatea traiectoriilor de fază ale unui sistem dinamic se numește *portret de fază*

și el este esențial în teoria bifurcației și stabilității dinamice. În reprezentarea grafică a spațiului fazelor sau a spațiului fazelor extins portretele de fază sînt asimilate cu R^2 și respectiv R^3, dar desigur imaginea obținută este numai calitativă, orientativă, deoarece, în cazul general, dimensiunea acestor spații nu este finită.

Dinamica complicată a majorității sistemelor sinergetice se regăsește în planul sistemelor dinamice. Teoria calitativă din cadrul acestora din urmă furnizează un anumit gen de cunoaștere a acestei dinamici (și anume abstracție făcînd de o echivalență topologică). Aceasta privește extrem de multe situații concrete, cărora le corespund modele matematice ce admit o anumită echivalență topologică și constituie una dintre sursele matematice a universalității sinergetice, a analogiilor din cadrul său.

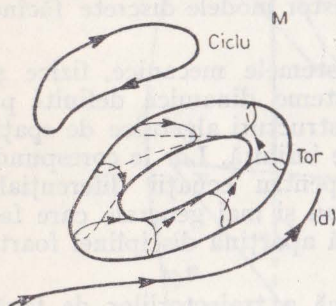


Fig. 11.

2.5. COMPORTAMENTUL CALITATIV AL FENOMENELOR

Importanța crescîndă pentru viața de zi cu zi a sistemelor sinergetice (în condiții care cu puțin timp în urmă erau considerate ca neobișnuite) și neliniaritatea modelelor matematice ale fenomenelor din aceste sisteme au impus în ultimele decenii un atac pe front larg al sistemelor de ecuații diferențiale neliniare în cît mai multe situații posibile (caracterizate de multe valori ale parametrilor de control), din mai multe direcții, cu diferite mijloace (teoretice, experimentale, numerice) de către specialiști ai diferitelor științe particulare și de către matematicieni. Din acest atac susținut a apărut o mulțime de rezultate pe care le-a strîns sinergetica și care, din punct de vedere

matematic, s-ar putea numi studiul calitativ complet al sistemelor neliniare ; astfel, uimitoarea putere unificatoare a acestei științe constă în puterea instrumentului său matematic, a acelorași proprietăți matematice ale unor fenomene în aparență deosebite, dar care sînt descrise de același tip de probleme matematice. Studiul lor calitativ privește existența, unicitatea, stabilitatea, atractivitatea, mărginirea, dependența continuă și dependența sensibilă de date a soluțiilor, comportamentul lor asimptotic, la limită pentru valori neadmisibile ale variabilelor independente sau ale parametrilor. În acest paragraf vom explicita cîteva dintre acestea, remarcînd mai întîi că dacă comportamentul calitativ al soluției unei ecuații sau probleme simple și deci al fenomenului modelat de ea rezultă din forma acestei soluții, pentru ecuațiile și problemele neliniare nu este posibil să se obțină, decît în puține cazuri, soluții analitice (și uneori nici numerice), ceea ce conferă analizei calitative o importanță excepțională.

Un model matematic atașat unui fenomen real este adecvat dacă are caracteristicile cantitative și calitative esențiale (dintr-un anumit punct de vedere) ale acelui fenomen. În particular, soluția problemei matematice prin care se exprimă modelul trebuie să existe, să fie unică (în spațiul de definiție al modelului) și să depindă continuu de date. Această precauție nu este superfluă, deoarece soluția unei ecuații sau probleme nu există întotdeauna. Se pot da numeroase alte exemple de astfel de situații. Încă din clasele primare copiii sînt obișnuiți cu probleme care nu au soluție și deci punerea lor nu are sens. De exemplu : un elev și-a cumpărat caiete și a dat 3 lei ; știind că un caiet costă 2 lei, să se afle cîte caiete a cumpărat elevul. În acest caz se subînțelege că numărul caietelor este un număr întreg și se constată că nici un număr întreg nu satisface problema, deci aceasta nu are sens de model real, deși matematic există numărul 3/2 care înmulțit cu 2 să dea 3. Un alt exemplu elementar: pătratul lungimii unei șosele fiind egal cu $-5\ \text{km}^2$, să se determine lungimea acelei șosele. Și în acest caz modelul matematic, care, formal, revine la rezolvarea ecuației $x^2 = -5$, în care x este un număr real, nu are soluție reală, potrivită obiec-

tului modelat (lungimea şoselei), deşi matematic se pot găsi numerele complexe $\pm i\sqrt{5}$ care să satisfacă ecuaţia $x^2 = -5$. Să luăm un exemplu din teoria vibraţiilor: să se determine după cît timp se amortizează oscilaţia $u(t)$ a unui punct material supus numai acţiunii unei forţe elastice $-bu$, rezultanta forţelor exterioare fiind nulă. Deoarece în acest caz modelul matematic este un caz particular al problemei $F(x) = c(t)$ $(= 0)$ din 2.2, iar soluţia sa este o anumită oscilaţie care nu se amortizează niciodată, rezultă că, din nou, problema noastră nu este bine pusă. În sfîrşit, un ultim exemplu din teoria elasticităţii: să se determine încovoierea continuă $u(x, y)$ a unei plăci elastice sub acţiunea unei încărcări normale date de funcţia discontinuă $f(x, y)$, placa avînd conturul fixat rigid. Modelul matematic clasic, corespunzător acestei probleme este o problemă pentru o ecuaţie cu derivate parţiale în care partea stîngă este o sumă de derivate parţiale de ordin 4 ale lui u, iar partea dreaptă este egală cu f. Evident, dacă u are toate derivatele de ordin 4 continue, aşa cum este cerut de faptul că u este soluţie clasică, atunci suma din partea stîngă a acelei ecuaţii este o funcţie continuă care nu poate fi egală cu partea dreaptă (care este o funcţie discontinuă). Deci această problemă nu are soluţie clasică. Totuşi dacă încovoierea u este presupusă discontinuă într-un anumit sens, atunci acea problemă are soluţie numită soluţie generalizată. Această situaţie este întîlnită în toată mecanica, fizica, termodinamica etc.: în stadiile iniţiale de dezvoltare a ştiinţelor, caracteristicile unui fenomen erau constante (aşa cum sînt presiunea, temperatura şi densitatea în termostatică), apoi — funcţii de timp, funcţii continue şi cu derivate continue ce depind de timp şi spaţiu (cîmpuri) ca în termodinamica clasică şi actualmente — funcţionale. Din toate aceste exemple rezultă: nu orice model are o soluţie; soluţia modelului poate exista, dar nu are caracteristicile fenomenului modelat, deci din punctul de vedere al acelui fenomen ea nu există; definirea altor obiecte matematice mai generale drept modele ale caracteristicilor unui fenomen conduce la un model generalizat care are soluţii. De aceea, în pri-

mul rînd un model trebuie definit adecvat, ca problemă corect pusă (pentru care soluția să existe, să fie unică și să depindă continuu de date). În particular, un model este inadecvat dacă el are mai multe soluții, aceasta întîmplîndu-se cînd modelarea matematică a fenomenului n-a ținut seama de toate caracteristicile sale esențiale. În această situație modelul poate fi redus la o problemă corect pusă prin restrîngerea mulțimii în care se caută soluția, deci prin impunerea de restricții asupra acesteia. De exemplu, în cazul convecției Bénard, din mai multe celule posibile se pot selecta cele care au simetria observată în experiment. De asemenea, modelul este inadecvat dacă soluția nu există; atunci se poate ajunge la o problemă corect pusă prin lărgirea clasei soluției, așa cum se procedează cînd se trece de la soluții clasice la cele generalizate. Rezultă, astfel, importanța definirii complete a clasei soluțiilor modelului, adică a mulțimii obiectelor admisibile pentru caracteristicile fenomenului prin specificarea tuturor proprietăților matematice ale soluției și datelor problemei. Cu alte cuvinte, este importantă definirea problemei cu ajutorul unei funcții care să lege datele de soluție.

Orice model matematic are un anumit domeniu de valabilitate, analiza calitativă a modelului fiind cea care definește limitele acestui domeniu și comportarea globală a soluției. Orice studiu teoretic sau numeric al unui model trebuie să înceapă cu această analiză. Astfel, pentru a corespunde unui fenomen real, soluția unui model matematic trebuie, în primul rînd, să nu varieze mult cînd datele variază puțin, deoarece în natură există mereu perturbații care modifică puțin condițiile (datele problemei). În al doilea rînd, mărimea datelor nu se poate determina decît cu o anumită aproximație. De aceea, modelul matematic trebuie să aibă și el proprietatea ca la variații mici ale datelor (intrării în sistem) soluția (răspunsul sistemului) să varieze puțin. În acest caz spunem că acea *soluție depinde continuu de date*. În particular, dependența continuă de date este importantă pentru ca măsurările de laborator să poată fi comparate cu aproximațiile numerice ale soluției. Există o mare varietate de dependențe con-

tinue de date ; pentru a le deosebi se atribuie această denumire unei anumite astfel de dependenţe, în care mărimea variaţiei admisă pentru date, pentru ca soluţia să varieze cu o anumită cantitate mică, depinde de domeniul de variaţie al variabilelor independente (temporală şi spaţială), scăzînd cu creşterea acestuia şi deci pierzîndu-şi puterea şi în cele din urmă semnificaţia [15] (fig. 12). Deci, depen-

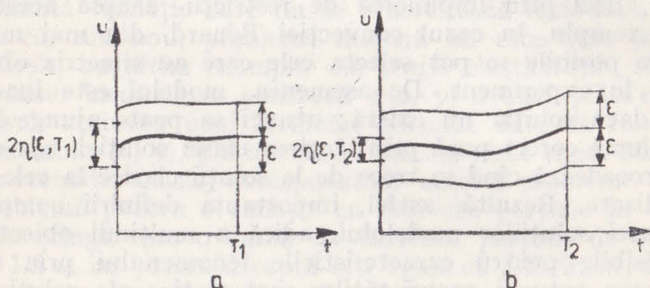
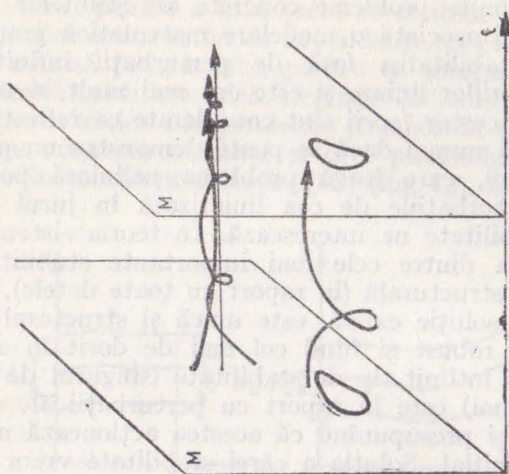


Fig. 12.

denţa continuă de date este utilă în particular în probleme în care variabilele independente aparţin unor domenii mărginite. Dacă acestea sînt nemărginite, atunci este necesară introducerea conceptului mai puternic de stabilitate.

Stabilitatea este o proprietate a echilibrelor sau proceselor din sistemele sinergetice de a se menţine, în ciuda perturbaţiilor la care sînt supuse ; ea este o dependenţă continuă de date particulare ce nu depinde de mărimea domeniului de definiţie al variabilelor independente. Există o mare varietate de stabilităţi, după cum aceasta se consideră în raport cu perturbaţii ale datelor iniţiale, ale condiţiilor la limită, ale termenilor liberi, ale tuturor datelor, ale unei combinaţii a lor sau după mărimea perturbaţiilor (infinitezimale sau mici, dar finite), după timpul cît acţionează perturbaţiile, după forma perturbaţiilor (axial simetrice, bidimensionale), după modul cum tinde o soluţie perturbată către cea neperturbată (de exemplu exponenţial), fiecare tip de stabilitate fiind folosit cu precă-

dere în anumite probleme concrete ale științelor particulare și avînd asociată o modelare matematică proprie. De exemplu, stabilitatea față de perturbații infinitezimale aparține teoriilor liniare și este cea mai mult investigată; rezultatele acestor teorii sînt considerate ca reflectînd realitatea fizică numai dacă se poate demonstra un principiu al liniarizării, care leagă problema neliniară pe care o satisfac perturbațiile de cea liniarizată în jurul soluției, a cărei stabilitate ne interesează. În teoria sistemelor dinamice, una dintre cele mai importante stabilități este stabilitatea structurală (în raport cu toate datele), un model a cărui soluție există, este unică și structural stabilă, numindu-se robust și fiind cel mai de dorit în aplicații. Cel mai des întîlnit tip de stabilitate (singurul de care ne ocupăm și noi) este în raport cu perturbații ale condițiilor inițiale și presupunînd că acestea acționează numai la momentul inițial. Soluția a cărei stabilitate vrem s-o cercetăm se numește soluție de bază $\bar{u}$, iar diferența dintre soluția perturbată u și soluția de bază se numește *perturbație* v. O soluție de bază se numește *stabilă* dacă orice soluție perturbată ce pornește de lîngă ea rămîne tot timpul cît durează fenomenul modelat de aceste soluții în apropierea soluției de bază, cu alte cuvinte dacă o mică perturbație la momentul inițial rămîne unică la orice alt moment ulterior. Dacă, în plus, pentru timpi t mari, tinzînd la infinit, perturbația v tinde la zero (se amortizează), deci soluția perturbată tinde către soluția de bază, atunci se spune că soluția de bază este *asimptotic stabilă*. Dacă, în schimb, indiferent cum s-ar comporta o perturbație, inițial mică, pentru $t \to \infty$ aceasta se amortizează, spunem că mișcarea de bază este *atractivă*. O soluție de bază se zice *repulsivă* dacă ea este atractivă pentru $t \to -\infty$ sau, echivalent, dacă perturbația crește nemărginit pentru $t \to \infty$. În fig. 13 se arată schematic stabilitatea și atractivitatea unei soluții staționare și a uneia periodice în timp, în spațiul fazelor și în spațiul fazelor extins. Sensul săgeților indică creșterea timpului, iar orbitele punctate sînt instabile. În cazul atractivității, soluția perturbată putea să se găsească la momentul inițial oriunde într-o mică vecinătate a soluției de bază. O noțiune mai fină de atractivitate



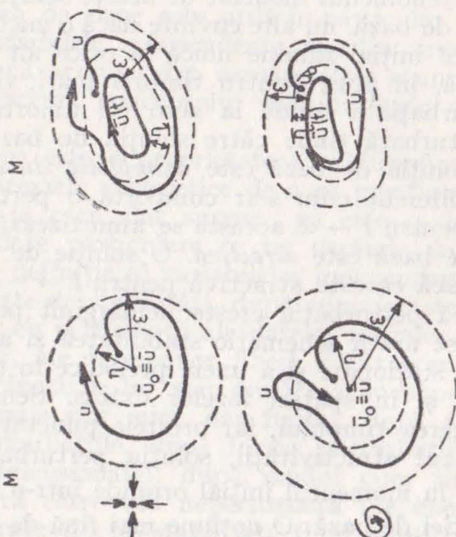
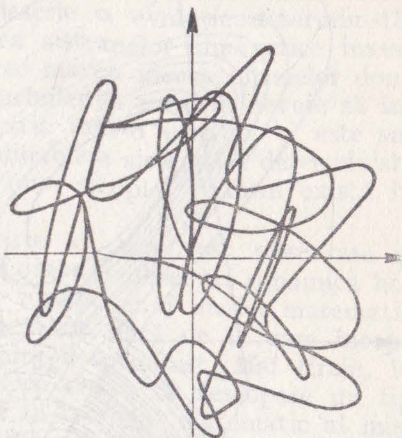


Fig. 13.

este atractivitatea parţială, caracterizată de un bazin de atracţie, care este doar o porţiune a vecinătăţii lui $\bar{u}$. Prin *bazin de atracţie* înţelegem zona din spaţiul fazelor, în care orice traiectorie la $t \to \infty$ tinde la $\bar{u}$, adică mulţimea datelor iniţiale corespunzătoare soluţiilor atrase de către $\bar{u}$. Această noţiune arată că nu orice perturbaţie iniţial mică de lîngă $\bar{u}$ se amortizează pentru $t \to \infty$. Dar noţiunea de atractivitate parţială se poate referi nu numai la o soluţie staţionară sau la una periodică în timp, ci şi la soluţii mai multe şi mai complicate, care în spaţiul fazelor pot fi punctele unei „suprafeţe" sau „curbe", sau un obiect matematic format din reuniuni de astfel de „varietăţi". Astfel se numeşte *atractor* o mulţime de traiectorii parţial atractive, parţial repulsive care captează toate traiectoriile ce pornesc iniţial din jurul său. Corespondentul practic al atractorului este mulţimea de procese, fenomene, către care tinde orice proces, care iniţial era asemănător (apropiat) de unul sau altul dintre procesele mulţimii. Dacă atractorul este format din infinit de multe traiectorii de fază, atunci o traiectorie iniţial apropiată de el la $t \to \infty$ va rătăci haotic (fig. 14) în interiorul acestui atractor, apropiindu-se şi apoi fiind respins cînd de una dintre componentele atractorului, cînd de alta, avînd un aspect din ce în ce mai contorsionat, încît nu se poate reprezenta grafic, indiferent de scara folosită. Grafic se poate reprezenta doar locul atractorului (fig. 15), de fiecare dintre componentele căruia se apropie atît de mult traiectoriile de fază încît par să se suprapună. În această situaţie o singură soluţie de bază $\bar{u}$ nu mai este în stare să dicteze aspectul portretului de fază, acest lucru făcîndu-l atractorul format


Fig. 14.

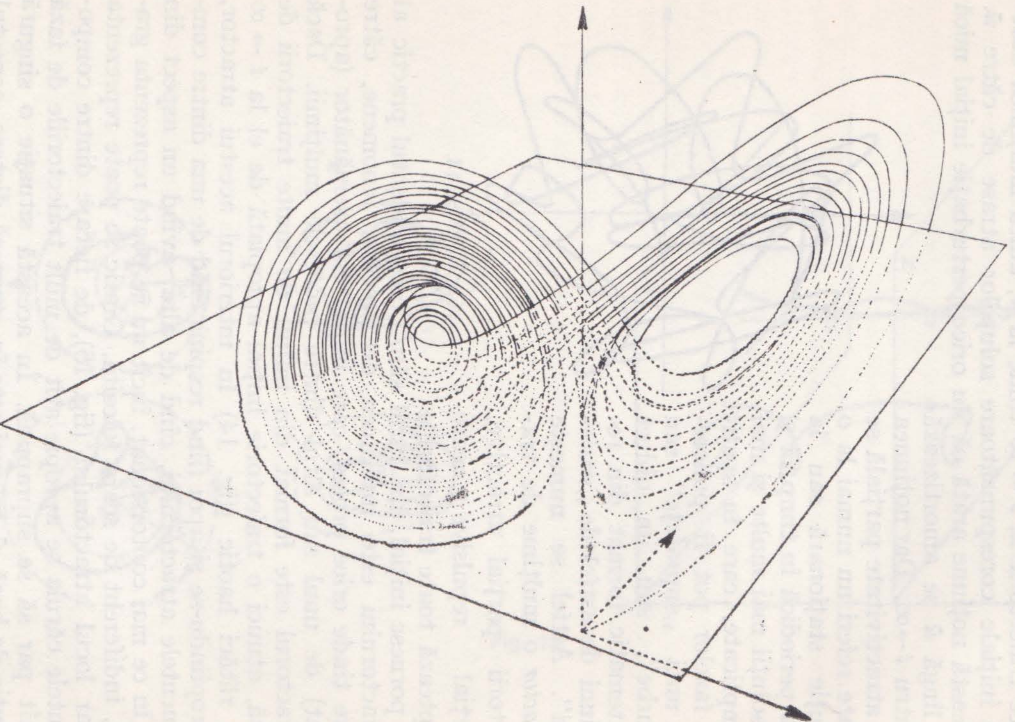


Fig. 15.

dintr-o infinitate de componente, cum ar fi echilibre, cicluri, toruri (corespunzătoare soluțiilor ce au două perioade nelegate rațional) etc. Pe de altă parte „haoticitatea" traiectoriilor de fază dictează introducerea unor caracterizări stocastice ale atractorului; ajungem astfel la turbulență. Acesta este haosul determinist, haosul în spațiul fazelor care este o stare preturbulentă a unui sistem dinamic, sinergetic, care descrie o evoluție deterministă, haos prezent în majoritatea sistemelor sinergetice investigate în ultimii 15 ani. Este marea idee a ultimelor două decenii: pentru a obține turbulență nu este nevoie să introducem un termen stocastic într-o ecuație, ci este suficient să studiem complet dinamica sistemelor deterministe (chiar a unora dintre cele mai simple). Haosul există în sistemul însuși.

Deși dinamici complicate au mai fost observate și înainte, anul 1963 în care Lorenz a observat dinamica haotică a sistemului dinamic atașat unui model matematic din meteorologie se consideră ca dată de la care începe studiul sistematic al haosului determinist. Mai tîrziu, în 1970, 1971, Ruelle și Takens aveau să descopere un tip special de haos determinist în modelul matematic al mișcării fluidelor (din care derivă cel al lui Lorenz). Interpretarea rezultatelor observate de aceștia în spațiul fazelor este legat de alte două componente ale studiului calitativ al problemelor: dependența sensibilă de date și bifurcația.

În ecuațiile și problemele ce depind de un parametru λ, soluția, stabilitatea, existența, unicitatea etc. depind de acel parametru. Astfel, soluții stabile pentru anumite valori ale parametrului pot deveni instabile dincolo de un prag critic λ_{cr}. Pentru anumite valori ale lui λ traiectoriile de fază au aspect regulat, iar portretul de fază este simplu, existînd puține traiectorii (totalitatea cărora este un atractor) care să dicteze aspectul portretului de fază. Cu creșterea lui λ atractorul se îmbogățește cu noi componente, pînă cînd λ atinge o valoare critică, traiectoriile de fază haoticizîndu-se.

Un loc deosebit în studiul haosului determinist îl ocupă atractorii stranii, care sînt mulțimi de soluții ale unei probleme, posedînd anumite proprietăți stocastice.

Atractorii corespunzători lui λ de după valoarea critică sînt mulţimi infinite de soluţii ale problemei, deci fenomenul descris de acea problemă are o infinitate de posibilităţi de realizare către care tinde fenomenul, ori cum ar fi pornit iniţial. Aceste concluzii au fost deduse în baza unor calcule numerice care au relevat faptul că, în general, după pragurile critice fenomenele nu tind spre echilibru sau procese periodice, ci către enorm de multe procese nestaţionare sau staţionare. Existenţa mai multor procese şi deci soluţii ale problemelor pentru o valoare λ a parametrului problemei este legată de conceptul de bifurcaţie. Spunem că λ' este punct de bifurcaţie dinamică al unui sistem dinamic, dacă la trecerea lui λ prin λ' portretul de fază se schimbă. Drumul spre turbulenţă al lui Ruelle şi Takens este o ierarhie de trei bifurcaţii, care au loc în trei valori critice ale parametrului de control (în cazul fluidelor vîscoase şi incompresibile acesta fiind numărul lui Reynolds). Prima bifurcaţie este una particulară, numită bifurcaţie statică: λ_1 se numeşte punct de bifurcaţie statică dacă la trecerea lui λ prin λ_1 numărul soluţiilor problemei suferă un salt sau/şi proprietăţile de stabilitate ale diferitelor soluţii (corespunzătoare aceloraşi λ) se schimbă. Prin aceasta s-a subînţeles că soluţia u a problemei este o funcţie multiformă de λ, care poate fi reprezentată în spaţiul (λ, u) prin bucăţi de continuum (curbă, suprafaţă, hipersuprafaţă), numite ramuri de soluţii care se intersectează în punctele de bifurcaţie statică (fig. 16) şi alcătuiesc diagrama de bifurcaţie, această diagramă putîndu-se trasa şi în cazul general al bifurcaţiei dinamice. Într-un sistem sinergetic caracterizat de parametrul λ la trecerea lui λ peste un punct de bifurcaţie statică vor apărea noi procese staţionare (echilibre) posibile sau vor dispărea astfel de procese şi îşi vor schimba stabilitatea. Un alt tip de bifurcaţie este bifurcaţia Hopf (fig. 17), în urma căreia din echilibre apar orbite periodice. Apariţia vibraţiilor parazite este o bifurcaţie Hopf şi ea este un fenomen nedorit, dar prezent în toată tehnica modernă. Această bifurcaţie modelează o mulţime de fenomene din sistemele sinergetice ca flutterul aripilor de avioane, flambajul structurilor solide, formarea structurilor periodice

în timp în fluide (apariția convecției periodice și în timp din cea periodică doar în spațiu), contractarea mușchilor, funcția creierului, morfogeneza biologică, formarea opiniei

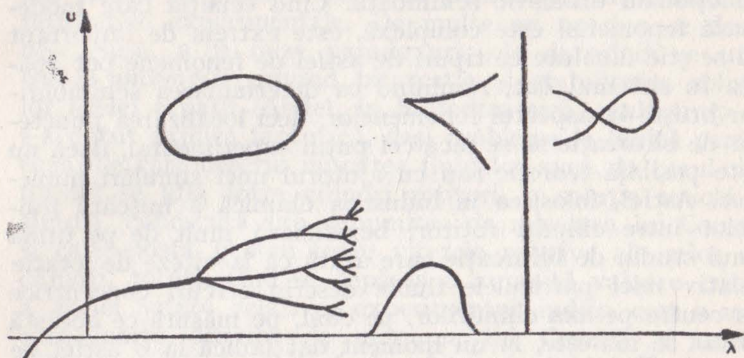


Fig. 16.

publice, oscilațiile instrumentelor electronice, oscilațiile din fizica moleculară și transformările din stele.

Un al doilea drum, mult analizat, de haos determinist și trecere spre turbulență este cel al lui Landau-Hopf, format dintr-o ierarhie infinită de bifurcații statice. Ambele aceste drumuri sînt întîlnite des în studiul calitativ al sistemelor sinergetice mecanice, fizice, chimice.

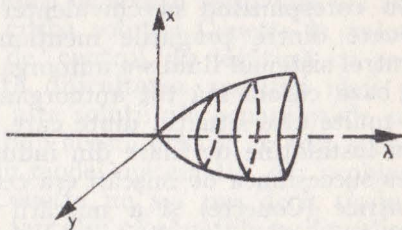


Fig. 17.

Teoria bifurcației este importantă atît pentru rezolvarea numerică a ecuațiilor și problemelor, cît și pentru cunoașterea calitativă a tuturor fenomenelor ce pot apărea într-un sistem, atunci cînd parametrul de control parcurge toate valorile lui posibile. Într-adevăr, deoarece un punct de pe diagrama de bifurcație corespunde unui anumit echilibru sau proces (mișcare) al unui sistem material, rezultă că ramurile de soluții sînt succesiuni de astfel de

echilibre sau procese. La trecerea parametrului printr-un punct de bifurcație apar noi ramuri de procese calitativ noi, cu structură macroscopică spațială, temporală sau funcțională dramatic schimbată. Cînd ecuația care modelează fenomenul este complexă, este extrem de important să se știe dinainte ce tipuri de astfel de fenomene pot apărea în sistemul dat, rămînînd ca determinarea schimbărilor bruște în aspectul fenomenelor, deci localizarea punctelor de bifurcație să se facă cel puțin experimental, dacă nu este posibilă teoretic sau cu ajutorul unei simulări numerice. Astfel, folosirea în industria chimică a mișcării fluidelor între cilindri rotitori beneficiază mult de pe urma unui studiu de bifurcație care arată că la viteze de rotație relativ mici particulele fluide descriu cercuri concentrice cu centre pe axa cilindrilor, pe cînd, pe măsură ce această viteză se mărește, la un moment dat (adică la o astfel de viteză), particulele se vor mișca în plane meridiane în celule separate, îndesirea celulelor crescînd cu viteza relativă. Pentru o altă valoare a acestei viteze celulele încep să unduiască, mișcarea devenind nestaționară, iar la valori ale acesteia și mai mari traiectoriile se complică extrem de mult, mișcarea fluidului (la nivel macroscopic) devenind turbulentă. Aceste praguri, la trecerea cărora mișcarea capătă un aspect nou, erau puncte de bifurcație, aspectul nou corespunzînd neechivalenței portretelor de fază. La fiecare dintre pragurile menționate ale parametrului de control sistemul fluid s-a autoorganizat. Astfel de fenomene, la baza cărora stă tot autoorganizarea sistemelor, apar și în multe alte situații, dinte care aici menționăm pe acelea din instalațiile de filare din industria ușoară. În exemplul ales succesiunea de mișcări era cea a mișcării în cercuri concentrice (Couette) și a mișcării secundare sub formă de vîrtejuri, bifurcate din prima datorită neliniarității ecuațiilor.

Toate exemplele și comentariile date pot apărea ca neobișnuite cititorului învățat să studieze doar o singură curbă de soluții, curbă neramificată, fără patologii, formată numai din puncte regulate (care nu sînt de bifuracție). Se poate, însă, ca acel citiror să nu-și fi pus problema dacă acea curbă de soluții (chiar dacă ea există pentru toți

λ posibili pentru fenomenul studiat) reprezintă graficul *întregii* mulţimi de soluţii ale ecuaţiei. Această suficienţă din partea sa poate conduce la paradoxuri între model şi rezultatele experimentale. De multe ori acestea se dovedesc, însă, a fi false paradoxuri, ele datorîndu-se unui *studiu incomplet* privind bifurcaţia şi stabilitatea soluţiilor acelei ecuaţii. Astfel, în hidrodinamică, mult timp nu s-a putut explica faptul că, deşi problema la limită pentru ecuaţiile care descriu mişcarea fluidelor avea, în cazul cînd fluidul se afla între cilindri rotitori, o soluţie exactă şi simplă, cunoscută sub denumirea de mişcarea lui Couette şi care exista pentru toate vitezele relative ale celor doi cilindri, totuşi, cînd se depăşea o anumită valoare critică a acelei viteze relative, experimentul indica cert o mişcare foarte diferită de mişcarea lui Couette şi anume arăta o mişcare celulară de vîrtejuri ale lui Taylor. În lumina teoriei bifurcaţiei şi stabilităţii explicaţia acestui ,,paradox'' este simplă: la acea viteză critică mişcarea Couette îşi pierdea stabilitatea, deci peste acel prag ea nu mai putea fi observată în experienţele în care erau perturbaţii; în afară de mişcarea Couette ecuaţiile de mişcare mai aveau şi alte soluţii (vîrtejurile lui Taylor), a căror succesiune, o dată cu creşterea vitezei, corespundea apariţiei şi dezvoltării unei ramuri de soluţii secundare ale acestor ecuaţii, apărute din curba soluţiei Couette la valoare critică a parametrului de control. În legătură cu acest paradox trebuie observată dificultatea apariţiei ideii posibilităţii existenţei unor alte soluţii ale ecuaţiilor de mişcare. Într-adevăr, mult timp aceste ecuaţii au fost suspectate a nu constitui un bun model matematic, dar problema neunicităţii soluţiei lui Couette nu s-a pus decît tîrziu şi aceasta mai ales datorită faptului că ecuaţiile se dovediseră deja a concorda excelent cu rezultatele experimentale. Abia atunci a apărut ideea căutării unor alte soluţii ale acestor ecuaţii care să nu mai fie atît de simple ca soluţia lui Couette, dar care să fie stabile. Odată explicitată această idee, calculul ce decurge din ea al vîrtejurilor lui Taylor a demarat, la început destul de aproximativ, apoi din ce în ce mai exact, în ultimele decenii căpătînd şi rigoare matematică. Din păcate, nici acum nu se dispune de o

diagramă de bifurcație globală a mișcării între cilindri rotitori, ca, de fapt, în majoritatea mișcărilor fluidelor, dar, în mare, caracteristicile sale sînt cunoscute.

Exemplul precedent a arătat cît de dăunătoare poate fi fixarea la o anumită soluție a unei probleme la limită concomitent cu creșterea parametrului de control peste valoarea critică, limită de stabilitate a acelei soluții și deci importanța punctului de vedere sinergetic, globalist. Totuși, nu întotdeauna limitarea la o singură soluție (care în cazul ecuațiilor ce depind de parametru este o ramură de soluții) este o dovadă de comoditate. Cu toate acestea nu putem să ne mulțumim cu o singură soluție, ci trebuie aplicate toate metodele cunoscute, știut fiind că, de regulă, fiecare metodă este potrivită pentru aflarea unui anumit tip de soluție. Este necesar atît să ne punem problema găsirii tuturor soluțiilor, cît și să decidem asupra realității lor, deci în ce măsură modelul matematic concordă cu datele experimentale sau cu fenomenul natural observat, cel puțin pe cazuri particulare. Prin aceasta sinergetica impune cunoașterea profundă a realității. Chiar cînd găsirea efectivă a acestor soluții este doar parțială, ea trebuie completată cu studiul bifurcației și stabilității, mai ales cînd acesta poate fi făcut pe problemele liniarizate corespunzătoare, mult mai ușor de rezolvat.

Multe dintre paradoxurile științelor particulare se bazau pe cunoașterea parțială a diagramei de bifurcație, adică pînă la un λ soluția u_0 a problemei este staționară, unică și stabilă, în punctul de bifurcație (λ_{cr}, u_0) această soluție, care existase pentru valori mai mici ale parametrului de control, pierzîndu-și și unicitatea și stabilitatea. În schimb, soluțiile (secundare) de pe una din ramurile de soluții nou apărute în λ_{cr}, u_0) erau stabile, tocmai aceste soluții (care erau tot staționare) dovedindu-se a concorda cu rezultatele experimentale. Faptul că mult timp oamenii de știință s-au mulțumit cu soliția clasică u_0 mai are o explicație : în practică, pînă să nu apară secolul vitezei, parametrul de control lua valori mici, unde soluția u_0 era și cea reală. Doar tîrziu, necesitățile industriale ale secolului nostru au impus regimuri de mișcare la valori mari ale parametrului de control, ceea ce a condus la con-

statarea paradoxurilor şi a impulsionat analiza mai profundă a modelului matematic şi, implicit, la naşterea teoriei bifurcaţiei şi la dezvoltarea teoriei stabilităţii. Teoria bifurcaţiei în cadrul sinergeticii înarmează omul zilelor noastre cu un preţios instrument de lucru, în orice activitate, situaţii dintre cele mai neclasice, neobişnuite căpătînd o explicaţie raţională şi prin aceasta obţinîndu-se un control al acestor situaţii.

Pînă acum am considerat doar cazul unui parametru de control real. În multe probleme de interes practic λ este o mulţime de parametri reali, care provin din modelarea efectelor multiple ce acţionează asupra unui sistem sinergetic complex. Cel mai simplu caz de bifurcaţie cu doi parametri reali este cel al ecuaţiei

$$-x^3 + \lambda_1 x + \lambda_2 = 0, \quad x, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathrm{R}, \tag{2.1}$$

care modelează multe fenomene ale lumii materiale vii sau nu şi reprezintă ecuaţia *suprafeţei catastrofă* (fig. 18), celebră datorită faptului că pe ea se pot pune în evidenţă în mod elementar toate noţiunile matematice cu care operează teoria singularităţilor, importante în toată teoria geometrică modernă a ecuaţiilor diferenţiale [6, 8]. Forma soluţiilor reale x_1, x_2, x_3 ale ecuaţiei (2.1) ca funcţie de λ_1 şi λ_2 este cunoscută (fiind dată de formulele lui Cardan), fiecare dintre acestea constituind, pentru valori fixate ale lui λ_1 şi λ_2, cota unui punct de pe suprafaţa catastrofă din spaţiul $(\lambda_1, \lambda_2, x)$. Convenind ca prin soluţie a lui (2.1) să înţelegem tripletul $(\lambda_1, \lambda_2, x)$, rezultă că suprafaţa catastrofă reprezintă mulţimea tuturor soluţiilor lui (2.1), iar cele trei soluţii reale ale acestei ecuaţii sînt reprezentate prin foi ale acestei suprafeţe. În acest fel, în cazul a doi

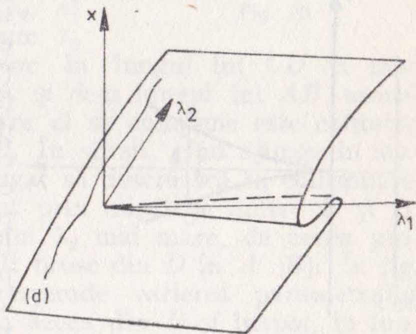


Fig. 18.

parametri reali, în loc de curbe de soluție avem suprafețe de soluție, locul ramurilor luîndu-l foile de suprafață. Analog cu cazul unui singur parametru, se pune și aici problema unde se lipesc foile, deci unde sînt situate punctele de bifuracție corespunzătoare locului unde se întîlneau ramurile din cazul unui parametru. Ca și în cazul unei ecuații generale, punctele de bifurcație ale ecuației (2.1) se găsesc anulînd derivata funcției din partea stîngă a ecuației (2.1), adică

$$-3x^2 + \lambda_1 = 0, \tag{2.2}$$

deci, ținînd seama că aceste puncte $(\lambda_1, \lambda_2, x)$ se găsesc pe suprafața (2.1) și, eliminînd pe x între (2.1) și (2.2), găsim ecuația catastrofei

$$3\lambda_1^3 - 27\lambda_2^2 = 0. \tag{2.3}$$

Forma acestei curbe este arătată în fig. 19, în care planul (λ_1, λ_2) este planul de control. Pentru orice valori ale parametrului de control $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, deci pentru orice punct din planul de control, care se găsește în exteriorul acestei curbe (2.3) soluția reală a lui (2.1) este unică, o perpendiculară în el pe planul de control înțepînd suprafața catastrofă într-un singur punct. În schimb, dacă $(\lambda_1, \lambda_2) = (0, 0)$, deci parametrul de control se află în punctul O din planul (λ_1, λ_2), atunci ecuația (2.1) corespunzătoare

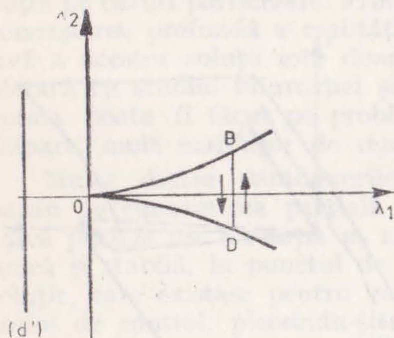


Fig. 19.

$-x^3 = 0$ are trei rădăcini confundate $(x = 0)$, pe cînd dacă (λ_1, λ_2) este un punct de pe curba (2.3), ecuația corespunzătoare are două soluții reale confundate și o alta tot reală, diferită de acestea. Aspectul unui proces descris de (2.1) se schimbă catastrofal la trecerea parametrului λ printr-un punct al curbei (2.3), de unde și denumirea de catastrofă atribuită suprafeței date

(2.1). Pentru uşurinţa înţelegerii, să considerăm că procesul are loc în aşa fel încît unul dintre parametri, de exemplu λ_1, este menţinut constant, iar celălalt variază. Atunci caracteristica x a procesului, ca funcţie de λ_2, variază ca în fig. 20, figură obţinută prin intersecţia suprafeţei catastrofă cu planul $\lambda_1 = \text{const}$. Să presupunem că λ_2 începe să crească de la valoarea corespunzătoare din punctul A. Cînd ajunge în punctul B, procesul nu poate continua în lungul lui BD, deoarece λ_2 este obligat să crească, de aceea el va face un salt (calitativ) pînă în C, care nu mai aparţine foii pe care se găseau A şi B, iar aspectul acestui proces (dat de x) este cu totul altul decît foaia a cărei figură în planul (λ_2, x) este curba CD. Dacă acum λ_2 descreşte, procesul are loc în lungul lui CD în mod lent, aşa cum avusese loc şi de-a lungul lui AB, numai că fiecare mişcare din care el se compune este calitativ diferită de cele de pe AB. În sfîrşit, cînd ajunge în starea din D, iar λ_2 este obligat să descrească în continuare, procesul nu poate trece lent prin mişcările dintre D şi B, deoarece ele corespund unui λ_2 mai mare, de aceea procesul suferă din nou un salt brusc din D în A [6]. În fig. 19 acestui proces îi corespunde varierea parametrului λ_2 de la valoarea din B la aceea din D şi înapoi, în lungul dreptei BD (de ecuaţie $\lambda_1 = \text{const}$), perpendiculară pe axa λ_1. Aceasta se datoreşte faptului că o figură din planul (λ_1, λ_2) este proiecţia uneia din spaţiul $(\lambda_1, \lambda_2, x)$. Mişcările staţionare de pe AB şi CD sînt mişcări stabile, pe cînd cele de pe BD (desenate punctat) — instabile. Prin proces aici se înţelege o succesiune de stări staţionare cînd λ_2 variază. În fig. 20 se vede că în punctul B stările stabile de pe AB se termină, procesul trebuind să sară la o altă mişcare stabilă existentă; or singura altă stare sta-

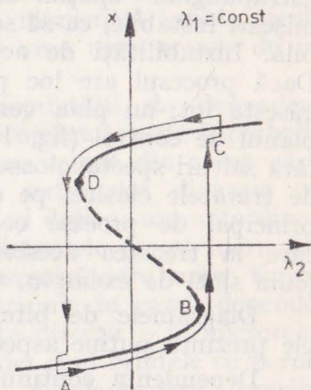


Fig. 20.

bilă existentă pentru λ_2 ceva mai mare decît cel din *B* era cea din *C*. Acest fenomen se numește instabilitate de străpungere, căci în punctul de bifurcație *B* soluția de pe foaia căreia îi aparține *AB* devine instabilă, procesul „străpungînd" spațiul dintre *B* și *C*, în care erau numai mișcări instabile, ca să se stabilească la o altă mișcare stabilă. Instabilități de acest fel sînt familiare sinergeticii. Dacă procesul are loc pe un drum (*d*) (fig. 18), care se găsește într-un plan vertical și deci are proiecția (*d'*) în planul de control (fig. 19), atunci acel proces are loc lin, fără salturi spectaculoase. Un astfel de proces este studiat de tratatele clasice, pe cînd sinergetica este interesată în principal de procese ce taie curba (2.3) din fig. 19 și care la trecerea acesteia prezintă salturi spectaculoase (cum sînt, de exemplu, tranzițiile de fază din fizică).

Diagramele de bifurcație pot fi foarte diferite, dar ele prezintă puține aspecte tipice.

Dependența continuă de date are loc cînd o perturbație inițial mică se menține mică și ulterior. O soluție de bază depinde sensibil de date dacă perturbații inițial mărginite (nu neapărat mici) produc o perturbație ulterioară care crește cu timpul. Din punctul de vedere al calculului numeric o soluție depinde sensibil de date dacă eroarea inițială mărginită conduce la erori ulterioare nemărginite. În cazul sistemelor cu dependența sensibilă de date, folosirea a două metode de calcul diferite pentru a determina o soluție particulară, corespunzătoare unor anumite date inițiale, conduce la două soluții care nu au de-a face una cu alta decît la timpi foarte apropiați de momentul inițial. Aspectul general al unui anumit număr de soluții, obținute numeric, este destul de clar. El pare independent de metodele numerice folosite, de exactitatea calculelor, de scheme de rontunjire și de orice altceva cu excepția ecuației însăși. Deja intuim că această uitare a condițiilor inițiale, condiții care erau cîndva decisive în comportarea ulterioară a unei singure traiectorii, ne apropie de turbulență, unde un atrcactor format dintr-o singură soluție (traiectorie) nu mai poate spune nimic despre un anumit fenomen, ci o anumită mulțime de orbite este definitorie pentru portretul de fază și deci pentru fenomen. Dacă sis-

temul dinamic al lui Lorenz din meteorologie depinde sensibil de date, atunci nu vom putea prezice vremea cu exactitate pe timp lung; calculele numerice de asemenea nu vor fi relevante. Un sistem dinamic cu dependență sensibilă de date, adesea citat, este cel asociat mișcării bilei de biliard. Deși determinist, el nu poate prezice mișcarea reală a bilei decît foarte aproape de momentul inițial; pentru a putea prescrie această mișcare vom avea nevoie de metode probabiliste.

Originea matematică a proprietății de dependență sensibilă de date inițiale este proprietatea de hiperbolicitate a unor sisteme dinamice care constă din aceea că un anumit operator liniar asociat sistemului dinamic este mare pentru valori ale lui t mari și deci pe anumite direcții din spațiul fazelor el mărește distanțele (acest lucru fiind realizat și de funcțiile φ_t, corespunzătoare unor timpi t mari din definiția sistemului dinamic în cazul dependenței sensibile de date), iar în alte direcții — le micșorează. Un atractor corespunzător situației cînd orbitele ce pornesc de lîngă el posedă proprietatea de dependență sensibilă de data inițială se numește *atractor straniu.* Cînd $t \to +\infty$, o orbită poate tinde către un echilibru, un ciclu sau un atractor straniu. Acest rezultat nou este diferit de credința, existentă pînă la descoperirea atractorului straniu din sistemul lui Lorenz (1963), că atractorii pot fi numai echilibrele sau ciclurile și deci că orice evoluție pentru $t \to \infty$ tinde către o stare staționară sau către un proces periodic. Prin admiterea existenței atractorului straniu se admite posibilitatea ca la $t \to \infty$ evoluția să tindă către o infinitate de echilibre și procese periodice și neperiodice, tinderea făcîndu-se haotic în spațiul fazelor și ducînd la ceea ce la scară macroscopică se admite a fi turbulența. În acest fel haosul ia naștere din cel mai pur determinism prin complicarea nemărginită a acestuia. Prin aceasta autoorganizarea sistemului este distrusă, el tinzînd către o stare (turbulentă) apropiată de echilibru (în sens statistic).

3. HAOS ŞI TURBULENŢĂ

3.1. ORDINE ÎN DEZORDINE

Un loc important în teoria sinergeticii îl ocupă studiul formării şi recunoaşterii structurilor, constituite la scară macro printr-o autoorganizare la microscară. Aceste structuri pot fi privite ca o ordine macroscopică generată de o dezordine microscopică, schimbată brusc, la trecerea unui prag critic într-o ordine microscopică. Variind parametrul de control al procesului din sistemul sinergetic, se poate trece peste mai multe astfel de praguri, corespunzătoare unor autoorganizări microscopice, în majoritatea cazurilor, pe măsura creşterii parametrului, pragurile îndesînsu-se, structurile macroscopice schimbîndu-se una în alta din ce în ce mai repede, căpătînd un aspect din ce în ce mai puţin regulat, pînă ce procesul macroscopic determinist începe să prezinte caracteristici haotice, în final turbulentizîndu-se. În acest fel din ordinea macroscopică ia naştere dezordinea macro şi microscopică. Această dinamică de la dezordine microscopică la ordine macroscopică şi, în final, la dezordine macroscopică este o caracteristică generală a proceselor sinergetice, descrierea sa constituind corpul central al sinergeticii. Ea este strîns legată de obiectul termodinamicii, dar este deosebită de acesta, căci în sinergetică de prim interes este autoorganizarea spontană şi nedirijată a sistemului. Să mai remarcăm că, deşi primordialitatea autoorganizării deosebeşte sinergetica de toate celelalte metaştiinţe înrudite, de aici nu rezultă că în această teorie este vorba numai de relaţia micro-macro, ci, în principal, de efectul acestei autoorganizări micro asupra structurării macro. Această situaţie

este firească, deoarece interesul principal pe care-l prezintă un sistem este comportamentul său macro, dar, desigur, pentru a-l înțelege și controla este necesară cunoașterea comportamentului micro de la baza sa. O stare analoagă de fapte are loc în termodinamici ale căror sisteme, echilibre și dinamici sînt mai particulare decît ale sinergeticii, dar în care relația macro-micro nu se referă cu precădere la autoorganizarea neconstrînsă ca în sinergetică.

Concepută ca știință care studiază macroscopic transormările energiei unui continuum material (termodinamic) și procesele de interacțiune dintre astfel de continuumuri, interacțiune în cadrul căreia energia își schimbă forma, fiecare termodinamică apare ca interdisciplinară între ramuri ale fizicii, chimiei, biologiei etc., avînd același grad de generalitate ca și sinergetica și oferindu-i acesteia din urmă numeroase exemple. Pînă în prezent termodinamica nu are un model matematic corespunzător marii generalități a problemelor sale. Se poate, în schimb, vorbi de modelele matematice atașate unor termodinamici ale unor sisteme speciale (fluide, elastice, materiale în care au loc reacții chimice sau în care acționează un cîmp electromagnetic, iar materialul este conductor termic și electromagnetic).

Un același proces ce are loc într-un anumit sistem sinergetic format dintr-un mare număr de componente microscopice poate fi studiat atît la scară microscopică, cît și la scară macroscopică, deci de două discipline diferite, cu instrumente diferite. Astfel, din cauza numărului mare de componente microscopice ale sistemului la scară microscopică se impun metode statistice și probabiliste, sistemul fiind considerat *discret*, adică format din puncte izolate ale lui R^3, pe cînd la scară macroscopică sistemul este modelat printr-un mediu continuu, presupunîndu-se că procesul ce are loc în el la acea scară este determinat de un număr mic de caracteristici care sînt cîmpuri. Cum orice comportare microscopică are ca rezultat un anumit comportament macroscopic, iar un comportament macroscopic poate proveni dintr-o mulțime de comportamente microscopice, rezultă că există o legătură între aceste două discipline, obținută, în principal, din considerarea

mărimilor macroscopice drept medii (statistice) ale unor caracteristici microscopice. Disciplinele menționate se bazează însă pe principii fundamentale diferite și anume: principiile disciplinei microscopice se exprimă în termeni probabiliști, pe cînd cele ale disciplinei macroscopice sînt deterministe. De aceea, legătura dintre cele două discipline este greu de stabilit, cel mai mare succes în această direcție constituindu-l găsirea legăturii dintre mecanica statistică (disciplina microscopică) și termodinamică (disciplina macroscopică) în cazul echilibrului. Găsirea relației menționate ar fi de o importanță principală, deosebită, în particular, pentru elucidarea problemei apariției ordinii în dezordine în sistemele sinergetice. Pe scurt, această relație se numește *legătura discret-continuu*. Vom exemplifica deosebirile mari dintre principiile celor două discipline pe cazul sistemelor termostatice, ceea ce va justifica inexistența legăturii discret-continuu pentru sisteme mai complicate.

Procesele termodinamice sînt descrise macroscopic de termodinamică, iar microscopic de mecanica statistică și ele sînt: echilibre, procese ireversibile (în principal, de transport și relaxare), aproape de echilibru și procese departe de echilibru. Corespunzător, termodinamica și mecanica statistică au trei părți. Partea cea mai veche și dezvoltată a mecanicii statistice studiază comportarea microscopică a sistemelor în echilibru. Principiile generale ale mecanicii statistice a sistemelor izolate și în echilibru sînt [9]: a) dacă un astfel de sistem se găsește cu probabilitate egală în oricare din stările sale accesibile, atunci el este în echilibru; b) dacă un sistem izolat nu se găsește cu egală probabilitate în fiecare din stările sale accesibile, atunci el nu este în echilibru și va tinde să se modifice în timp pînă ce va atinge o stare de echilibru, în care se va afla cu egală probabilitate în oricare din stările sale accesibile; c) entropia S (v. mai jos) a unui sistem este legată de numărul L al stărilor accesibile sistemului prin $S = k \ln L$. În acestea s-a folosit definiția: un sistem izolat este în echilibru dacă probabilitatea de a se găsi sistemul în oricare din stările sale accesibile este independentă de timp. De asemenea, prin stare accesibilă s-a înțeles orice microstare în care se poate găsi un sistem fără a contrazice

informaţia macroscopică asupra sistemului. Să enunţăm acum principiile termostaticii (corespondentul macroscopic al primei părţi a mecanicii statistice), de asemenea pentru sisteme izolate, folosind numai concepte nelegate de structura (micro) componentelor sistemului; menţionăm mai întîi că prin echilibrul macroscopic al unui sistem înţelegem acea stare a sistemului care nu tinde să se modifice în timp, cu excepţia fluctuaţiilor întîmplătoare. Aceste principii sînt: 0) dacă două sisteme sînt în echilibru cu un al treilea sistem, atunci ele trebuie să fie în echilibru între ele; 1) o stare de echilibru macroscopic a unui sistem poate fi caracterizată printr-o mărime E, numită energia lui internă, care are proprietatea $E = \text{const}$; 2) o stare de echilibru macroscopic a unui sistem poate fi caracterizată printr-o mărime S, numită entropie, care, în orice proces în care un sistem izolat termic trece de la o stare macroscopică la alta, nu poate decît să crească, adică $\Delta S \geqslant 0$; 3) entropia S a unui sistem are proprietatea $\lim_{T \to 0_+} S = S_0$, unde T este temperatura absolută a sistemului, iar S_0 este o constantă independentă de structura sistemului. Legătura dintre termostatică şi mecanica statistică a proceselor în echilibru se poate stabili cu ajutorul legii c), care constituie o definiţie statistică a entropiei.

Conform acestor principii, după ce un sistem închis a atins situaţia de cea mai mare dezordine (la nivel microscopic), corespunzătoare echilibrului macroscopic, acel sistem nu mai are tendinţa să se modifice, iar entropia sa (care, datorită lui 3), este măsura dezordinii din sistem) atinge valoarea maximă. Dacă menţinerea dezordinii se realizează de la sine, în schimb ordinea poate fi menţinută numai prin aport de energie sau masă în sistem. Într-adevăr, o stare de ordine, în care se efectuează un lucru caracterizat de un număr mic de mărimi independente (de exemplu, mişcarea unui pendul într-un vas izolat), cu timpul se deteriorează şi se transformă în dezordine (la nivel microscopic) prin transformarea energiei cinetice (asociate acelor cîteva grade de libertate) într-o cantitate echivalentă de energie internă a sistemului, distribuită

pe componentele sale. Rezultă că pentru a menţine o stare de ordine trebuie intervenit din exteriorul sistemului; dar, în acest caz, sistemul nu mai este închis şi în el nu mai este valabil principiul 2), ci aşa-numitul principiu al compensării entropiei: entropia unui sistem poate fi redusă numai dacă el interacţionează cu unul sau mai multe sisteme. *Inducerea ordinei în dezordine* implică o concentrare a energiei interne, distribuite haotic, pe puţine direcţii. Aceasta se poate obţine ca *rezultat al unei acţiuni ordonate a omului* impuse sistemului şi stă la baza revoluţiei industriale. (Să amintim că o maşină termică este acea instalaţie folosită pentru transformarea energiei interne a unui sistem în lucru.) Dar nu această ordine în dezordine este studiată de sinergetică, ci aceea obţinută printr-o *autoorganizare* a sistemului. O astfel de apariţie a unei ordini în dezordine la scară microscopică, căreia la scară macroscopică îi corespunde *tranziţia de la echilibru la dezechilibre ordonate*, este aceea din *sistemele care sînt departe de echilibrul termic*. Studiul microscopic al unor astfel de procese tranzitorii constituie cea de-a treia parte a mecanicii statistice, apărute de puţin timp, în paralel cu sinergetica, în timp ce studiul macroscopic al acestora (manifestate prin tranziţii bruşte sesizabile macroscopic) a făcut obiectul diferitelor ramuri ale termodinamicii mult mai înainte. Discuţia amplă asupra termodinamicii a avut drept scop definirea ordinii în sisteme sinergetice ca acea stare de ordine microscopică căreia la scară macroscopică îi corespunde un fenomen determinist, regulat. Deci această ordine nu este legată numai de procesele din termodinamica clasică, ci şi din alte ramuri ale termodinamicii şi ale altor ştiinţe care studiază sisteme cu numeroase componente. Aceste componente (subsisteme) nu sînt numai moleculele termodinamicii clasice, ci ele pot fi: electroni, atomi, molecule, fotoni, elemente mecanice, celule şi neuroni, animale, oameni. Corespunzător, autoorganizările lor pot fi de cele mai diferite forme: oscilaţii electrice, structuri fluide, unde chimice, raze laser, organe, societăţi de animale, grupe sociale. De exemplu, într-un oscilator electronic mişcarea electronilor devine coerentă fără vreo forţă coerentă de dirijare din afară, însă aparatul este astfel

construit, încît permite mișcări colective particulare ale electronilor.

Să menționăm că sinergetica privește și apariția *ordinii în ordine la scară macroscopică*, ceea ce la scară microscopică corespunde *tranziției de la un dezechilibru la altul* ca, de exemplu, apariția convecției termice nestaționare din convecția termică staționară.

Dintre cele mai studiate exemple de ordine în dezordine sau ordine în ordine cităm: structurările din fluide termic conductoare sau nu (convecția Bénard, vîrtejurile lui Taylor, mișcările din dîra de după un corp din fluid, zonele de recirculare pe aripile avioanelor, ale vagoanelor de metrou, în spatele clădirilor), din fluide electroconductoare la temperaturi înalte (plasme, în reactoarele de fuziune termonucleară cum ar fi instalațiile Tokamak sau din astrofizică), din circuitele electronice (în oscilatorul cu diodă, tunel), instabilitățile termoelastice, creșterea cristalelor, laserii (a căror acțiune are loc în spațiul interstelar, deci nu laserul făcut de om), reacții chimice (de exemplu aceea a lui Belousov—Jabotinski, spiralele de activitate chimică într-un disc puțin adînc), ingineria civilă și mecanică (flambajul barelor, deformarea plăcilor subțiri, ruperea podurilor), ingineria aerospațială (flutterul aripilor de avion), ingineria electrică și electronică (oscilații electromagnetice coerente ale circuitelor care conțin tuburi radio sau tranzistoare), calculatoare (în cazul calculului în paralel), recunoașterea formațiunilor de către mașini, sisteme sigure din elemente nesigure. Menționăm spectaculozitatea deosebită a apariției ordinii în dezodine în sistemele biologice și fiziologice.

În termodinamica clasică, în cazul (mai mult sau mai puțin) *static* al echilibrului sau al proceselor ireversibile (aproape de echilibru) legătura la nivel de principii dintre micro și macrostările sistemului și, în particular, apariția ordinii în dezordine este făcută de *entropie* prin c). În toate celelalte științe locul entropiei este luat în cele din urmă de *informație*. În schimb, pentru cazul *dinamic* al proceselor departe de echilibru explicarea formării ordinii în dezordine se bazează pe *principiile instabilității, parametrilor ordinii și subordonării*, în acest caz importantă

fiind ierarhia de instabilităţi ale sistemelor şi maşinilor (instrumentelor) care se autoorganizează. Locul variabilelor macroscopice (cîmpurilor) din termodinamica clasică este luat în sinergetică de parametrii de ordine.

3.2. TURBULENŢA

Interesul nostru pentru sinergetică a venit dinspre mecanica fluidelor şi anume din nevoia de interpretare a rezultatelor teoriei stabilităţii hidrodinamice ; astfel modelele matematice deosebit de complicate ale hidrodinamicii dau naştere la o atît de mare varietate de comportamente ale soluţiilor lor, încît doar o mică parte dintre problemele sinergeticii nu erau (sau încă nu fuseseră) semnalate în mecanica fluidelor. Mai mult, fenomenele întîlnite în mecanica fluidelor şi legate de stabilitatea şi bifurcaţia soluţiilor (ce modelează mişcarea fluidelor) sînt considerate drept tipice în toată sinergetica. Este de sperat ca şi mecanica fluidelor să cîştige din impactul cu sinergetica, folosind analogiile puternice şi profunde pe care aceasta din urmă le oferă.

În natură, cel mai des întîlnit regim de mişcare a fluidelor este cel turbulent ; el apare în atmosferă, oceane, mări, rîuri, la zborul avioanelor, în dîra vapoarelor şi în instalaţiile industriale cele mai variate. Uneori turbulenţa este utilă şi este special provocată [de exemplu, la aterizarea avioanelor cînd este necesară o rezistenţă la înaintare mai mare, manevrele pilotului induc turbulentizarea mişcării ; la omogenizarea amestecurilor din combustie şi industria chimică ; la înclinarea undei de şoc care duce la micşorarea rezistenţei la înaintare necesară zborului supersonic de croazieră, în care scop se folosesc avioane cu vîrf sub formă de ac]. Dar, în marea majoritate a cazurilor, turbulenţa este nedorită, fiind un mare consumator de energie. Regimul de mişcare turbulent apare la numere Reynolds mari ($Re = lV/\nu$, unde l este o lungime caracteristică şi ν — coeficientul de viscozitate cinematică a fluidului) şi deci la viteze caracteristice (V mari) sau în

fluide foarte puţin vîscoase (cu ν mici), dar astfel încît Re să fie mare.

În mecanica fluidelor prin *turbulenţă* se înţelege un regim de mişcare caracterizat, la nivel *macroscopic*, de mărimi care variază aleator în timp, particulele (fluide) descriind, în spaţiul fizic R^3, traiectorii atît de sinuoase, încît par a nu mai fi deduse din legi deterministe. În acest regim, aceeaşi experienţă, efectuată în aceleaşi condiţii macroscopice, dar la momente diferite, conduce la rezultate diferite, nerepetabile. De aceea, în regim turbulent, deşi cîmpurile macroscopice de viteză $\mathbf{v}$, presiune p şi temperatură T încă pot fi definite, ele variază atît de haotic de la punct la punct şi de la moment la moment, încît cunoaşterea lor nu mai este nici posibilă (cu mijloace obişnuite) şi nici utilă. Aceste *cîmpuri*, numite *instantanee*, încetează să mai fie caracteristici macroscopice ale fenomenului de mişcare mecanică a fluidului. În locul lor se introduc anumite medii statistice temporale sau/şi spaţiale $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{p}$, $\bar{T}$ care diferă de cîmpurile instantanee prin fluctuaţii aleatoare $\mathbf{v}$, p', T'. Apare astfel ca naturală descompunerea cîmpurilor instantanee în medii şi fluctuaţii, adică $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'$, $p = \bar{p} + p'$ şi $T = \bar{T} + T'$, descompunerea deosebită principial de descompunerea mişcării perturbate în mişcare de bază şi perturbaţie, care are un sens în celălalt regim fundamental de mişcare a fluidelor şi anume *regimul laminar*.

Traiectoriile particulelor fluide în mişcarea laminară sînt regulate, nu prezintă sinuozităţi, modelul matematic admiţînd soluţie unică şi stabilă. Mişcarea laminară se întîlneşte doar la Re mici, iar în laborator astfel de mişcări pot fi menţinute numai dacă se înlătură, pe cît posibil, perturbaţiile. Pe măsură ce numărul Reynolds creşte, mişcarea fluidului începe să se complice, $\mathbf{v}$, p şi T încep să aibă variaţii mari, apar structuri macroscopice de tipul vîrtejurilor, dîrelor, celulelor, bandelor, care sînt instabile. Ele sînt distruse de perturbaţii care se dezvoltă. Dar pentru ca aceste perturbaţii să crească au nevoie de aport de energie pe care şi-l extrag din mişcarea de bază, laminară. Dacă viteza de bază este mică, atunci şi energia mişcării este mică, iar perturbaţiile nu au cum să se dezvolte, nu

au de unde să-şi ia energie. De aceea turbulenţa apare la Re mari. Pentru numere Reynolds intermediare mişcarea fluidelor se spune că este în *regim tranzitoriu*. Acesta este caracterizat de comportamente neregulate ale traiectoriilor particulelor fluide şi de salturi ale cîmpurilor **v**, p şi T. El este sediul tuturor patologiilor matematice din fluide, ceea ce justifică aplicabilitatea noilor metode din teoria sistemelor dinamice tocmai fenomenelor spectaculoase din acest regim. În tranziţie au loc fie ramificările statice repetate (pentru anumite domenii de mişcare şi deci pereţi solizi, frontiere ale fluidelor), fie bifurcaţiile dinamice. Schimbarea portretului de fază al sistemului dinamic generat de modelul matematic şi deci trecerea prin diferite tipuri de comportări se datorește varierii parametrului de control (numărul Reynolds) de la Re_{cr} la care mişcarea laminară îşi pierde stabilitatea (liniară) pînă la Re_t, interval în care sistemul dinamic corespunzător îşi schimbă dramatic comportarea (de fapt, el este mereu altul pentru fiecare valoare a lui Re). Deci are loc trecerea de la determinismul mişcării pentru Re mici, la stocasticitatea acestei mişcări, indusă de dependenţa sensibilă de date a soluţiilor acelui sistem dinamic pentru Re apropiat de Re_t.

Modelul matematic, suficient (cel puţin în principiu) pentru deducerea mărimilor instantanee, nu este suficient pentru determinarea noilor mărimi relevante în turbulenţă: mărimile medii şi corelaţiile fluctuaţiilor. Nu este de mirare, deoarece modelarea implicată de modelul matematic s-a bazat fundamental pe ipoteze (neexprimate) că mărimile instantanee sînt caracteristici macroscopice ale mişcării fluidelor, ipoteză care în turbulenţă este discutabilă. Într-adevăr, cum mai pot fi caracteristice mărimi nerelevante (în fond, deci, necaracteristice) pentru fenomen?

Cu alte cuvinte, *nu se ştie ce este acea turbulenţă a fluidelor*: dacă acest lucru ar fi cunoscut, atunci ar exista un singur model matematic şi nu un număr impresionant de modele de turbulenţă, o singură explicaţie şi descriere principială, globală a sa şi nu puzderia de teorii şi descrieri detaliate ale diferitelor turbulenţe, corespunzătoare diferitelor configuraţii de curgere fluidă, importantă pentru

practică, catalogate, tabelate și deci cunoscute cu aproximația dorită. În acest fel turbulența, sesizată în aceeași vreme ca și solitonii, și tot în Anglia, stă mult mai rău decît aceștia, fiindcă în cazul ei nu se știe ce nu se știe, adică ce trebuie căutat. De aceea, natura (originea) turbulenței este cunoscută ca *marea problemă a mecanicii fluidelor*. Se speră ca rezolvarea problemei originii turbulenței, adică a cauzelor apariției sale și în ce fel apare turbulența, să conducă la un răspuns și la întrebarea „ce este turbulența?"

Problema turbulenței este strîns legată de aceea a energiei. Într-adevăr, multe dintre proprietățile mișcării se modifică substanțial în regim turbulent față de cele din regim laminar (și anume frecarea la perete, viteza transferului de căldură, zona de desprindere, viteza de creștere a stratului limită). Aceasta se datorește în special proprietății mișcării turbulente de a prezenta amestec puternic care determină creșterea proprietăților de transfer de impuls, de masă și de căldură.

Dintre cauzele care provoacă apariția turbulenței indiscutabil trebuie menționate, în primul rînd, instabilitatea mișcărilor laminare și bifurcația lor. (În scopul cercetării acestei influențe, în anii 1940 s-a construit în S.U.A. unul dintre cele mai mari tunele aerodinamice, special pentru testarea stabilității hidrodinamice.) Totuși, acestea sînt mai degrabă efecte macroscopice (ce admit o explicație tipică în cadrul sinergeticii) ale unei cooperări ale unor părți (încă necunoscute) ale materialului fluid. Aceste părți nu sînt nici moleculele și atomii care produc efecte fizice (nu mecanice), nici particulele fluide ce constituiau punctele materiale ale modelelor din regimul laminar. La nivelul acestor părți necunoscute, prin cooperarea dintre ele, se petrece transformarea perturbațiilor în fluctuații (aleatoare).

În problema turbulenței noi clarificări par să vină din încercările recente de definire a turbulenței drept un comportament particular nepredictibil al sistemului dinamic generat de modelul matematic. Acest comportament pare o caracteristică a multor sisteme sinergetice, nu numai fluide, ci și fizice, ecologice, chimice etc. și ea este strîns

legată de dependența sensibilă de data inițială a soluțiilor ecuațiilor Navier—Stokes cînd parametrul de control (numărul lui Reynolds) depășește o anumită valoare critică. În acest fel, teoria turbulenței în fluide pare să devină o *matematică fizică*, adică o știință în care fenomenul este mai întîi gîndit, modelat matematic și apoi experimentat, așa cum se întîmplă și cu alte matematici fizice (mai ales ale particulelor elementare). Este firesc să se procedeze astfel, deoarece scara la care simțim, observăm și măsurăm fenomenul de turbulență nu pare să fie cea determinantă pentru aceasta. Calea directă de la observații și experiment spre teorie, deci de la intuiția (exprimată în limbajul comun) la modelul fizic (presupus în experiment) și la modelul matematic, atașat modelului fizic, cale proprie fizicii matematice, pare să nu dea roade în turbulența fluidelor, așa cum ea nu poate avea succes de exemplu în cosmologie (o altă matematică fizică). Apariția unor lucrări consacrate fizicii matematice și matematicii fizice din care reiese că necunoașterea proceselor fizice profunde care stau la baza matematicilor fizice (și în particular a turbulenței) fac ca acestea să se bazeze pe tot felul de presupuneri. De aceea, aceste teorii abundă în modele fizice și modele matematice (corespunzătoare lor), dintre care însă nici unul nu a fost verificat în întregime. Din nou trebuie să acceptăm importanța modelelor teoretice, singurele care pot face prescrieri calitative generale. De aceea, este atît de mult de dorit un model matematic al turbulenței; el ar fi singurul cu ajutorul căruia să se poată controla un fenomen atît de des întîlnit ca turbulența fluidelor.

O problemă nu mai puțin dificilă decît studiul teoretic al turbulenței este studiul său experimental, știut fiind că o aparatură se construiește pe baza unei teorii, a unor concepte, or, în cazul turbulenței (și aceasta nu numai a fluidelor) mai întîi ar trebui puse la punct acestea. De aceea, spre deosebire de situația dinaintea introducerii sistemului informațional computerizat și a instalațiilor experimentale de înalt nivel tehnic, astăzi se dispune de o imensă cantitate de rezultate numerice și experimentale particulare, care-și așteaptă interpretarea teoretică, în care sinergetica se speră să aducă clarificări.

3.3. DEZORDINE ÎN ORDINE CA TRANZIŢIE SPRE TURBULENŢĂ. HAOS ŞI TURBULENŢĂ ÎN SISTEME DETERMINISTE

Turbulenţa în fluide despre care a fost vorba mai înainte era o *turbulenţă dezvoltată*. Trecerea de la mişcarea regulată şi ordonată (mişcarea în regim laminar) la cea turbulentă se face treptat, în etape, turbulenţa dezvoltată apărînd în final, după ultimul stadiu al tranziţiei. Deşi se zice „punct de tranziţie", pentru a desemna valoarea numărului Reynolds la care mişcarea din laminară devine turbulentă, această denumire este improprie, deoarece există un întreg interval de numere Reynolds, corespunzător căruia, în domeniul ocupat de fluid, zone în care mişcarea este laminară coexistă cu zone de turbulenţă. Alternanţa în timp şi spaţiu a zonelor de curgere laminară cu zone de curgere turbulentă este cunoscută sub denumirea de *intermitenţă* şi ea constituie caracteristica cea mai importantă a tranziţiei. Raportul dintre timpul în care o mişcare este turbulentă şi timpul total de observaţie se numeşte *coeficient de intermitenţă* [11].

Turbulenţa nu este proprie numai fluidelor, ci şi altor sisteme sinergetice, o puternică direcţie de cercetare fiind, după 1971, aceea în care apariţia turbulenţei sinergetice este explicată cu ajutorul haoticităţii traiectoriilor în spaţiul fazelor, în interiorul atractorului straniu din sistemul dinamic ataşat. Evoluţia, premergătoare turbulenţei, a sistemelor sinergetice este unul dintre obiectivele centrale ale sinergeticii. Pentru exemplificarea acestei evoluţii se definesc *haosul, intermitenţa şi turbulenţa în sistemele dinamice*, ceea ce reprezintă o încercare de *modelare matematică a tranziţiei*. În sinergetică, mişcării laminare a fluidelor îi corespunde mişcarea (de fază) regulată, iar celei turbulente — cea neregulată. De aceea, corespondentul tranziţiei laminar — turbulent din fluide îl constituie *trecerea de la mişcări regulate la cele neregulate* în sisteme sinergetice, deci de la o ordine la o dezordine, dar la nivel macroscopic. Vom analiza matematic această *apariţie a dezordinii în ordine la nivel macroscopic în sisteme deterministe* : ea va

fi o succesiune de bifurcații în sistemele dinamice asociate. Elementele de stabilitate și bifurcație servesc tocmai acestei analize.

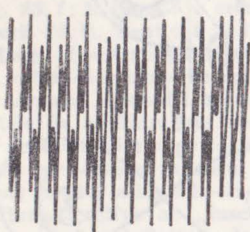
Vom prezenta cazul celebrului *sistem al lui Lorenz* [16]

$$\dot{x} = -\sigma x + \sigma y, \ \dot{y} = rx - y - xz, \ \dot{z} = -bx + xz,$$

în care b, r și σ sînt parametri reali, iar (x, y, z) este vectorul (funcție de t) necunoscut, punctul de deasupra literelor indicînd derivarea în raport cu timpul t. Pentru fiecare t fixat, (x, y, z) este un punct din R^3, deci R^3 este spațiul fazelor. Acest sistem urma să fie folosit în meteorologie. S-au făcut calcule pentru $b = 8/3$, $\sigma = 10$, lăsînd drept unic parametru pe r (legat de numărul lui Rayleigh al mișcării). Aceste calcule numerice sînt primele care au atras atenția asupra dinamicii extrem de complicate a traiectoriilor de fază ale unui sistem dinamic determinist (și anume al lui Lorenz). Pe baza acestora în 1971 Ruelle și Takens elaborează teoria lor care este unul dintre *„drumurile spre turbulență"* și care a declanșat curentul : haos și turbulență în sisteme dinamice.

Ideea centrală a lor este aceea că ecuațiile cu derivate parțiale ce descriu mișcarea fluidului sînt suficient de complicate pentru *a avea în ele însele* o dinamică haotică, cu atît mai mult, cu cît o astfel de dinamică o au pînă și ecuațiile simplificate ale lui Lorenz, deduse din ele, care sînt mult mai „bune" (nefiind cu derivate parțiale). Dinamici haotice se observă și la alte sisteme dinamice și mai simple. Valoroasa idee a haosului în sisteme deterministe are un corespondent, mai general, pe plan filozofic : toate fenomenele sînt deterministe, haosul și turbulența putînd exista în ele ; pentru *descrierea* acestui haos și a turbulenței sînt mai indicate metode statistice și probabiliste, dar esența fenomenului rămîne deterministă. Dezbaterea profundă a acestor idei a dat la iveală rezultate neașteptate, privirea critică asupra fundamentelor științelor, prin prisma jaloanelor sinergeticii și, în particular, a drumurilor spre turbulență, conducînd la o reașezare a acestor științe pe baze moderne, în care geometria (și în particular sistemul dinamic) este instrumentul principal [17].

Scopul descrierii comportamentului sistemului dinamic al lui Lorenz este evidențierea haoticității traiectoriilor de fază. Nu există o definiție unanim acceptată a haosului ; aici menționăm pe următoarea : spunem că un sistem dinamic are o comportare haotică dacă : 1) el are o infinitate de traiectorii de fază periodice ; 2) are o mulțime infinit numărabilă de traiectorii de fază neperiodice ;


Fig. 21.

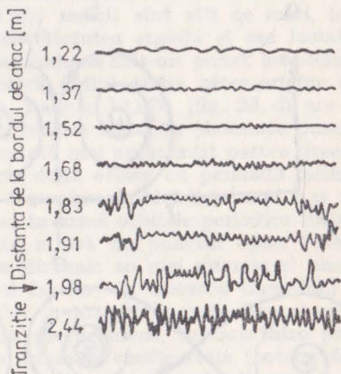
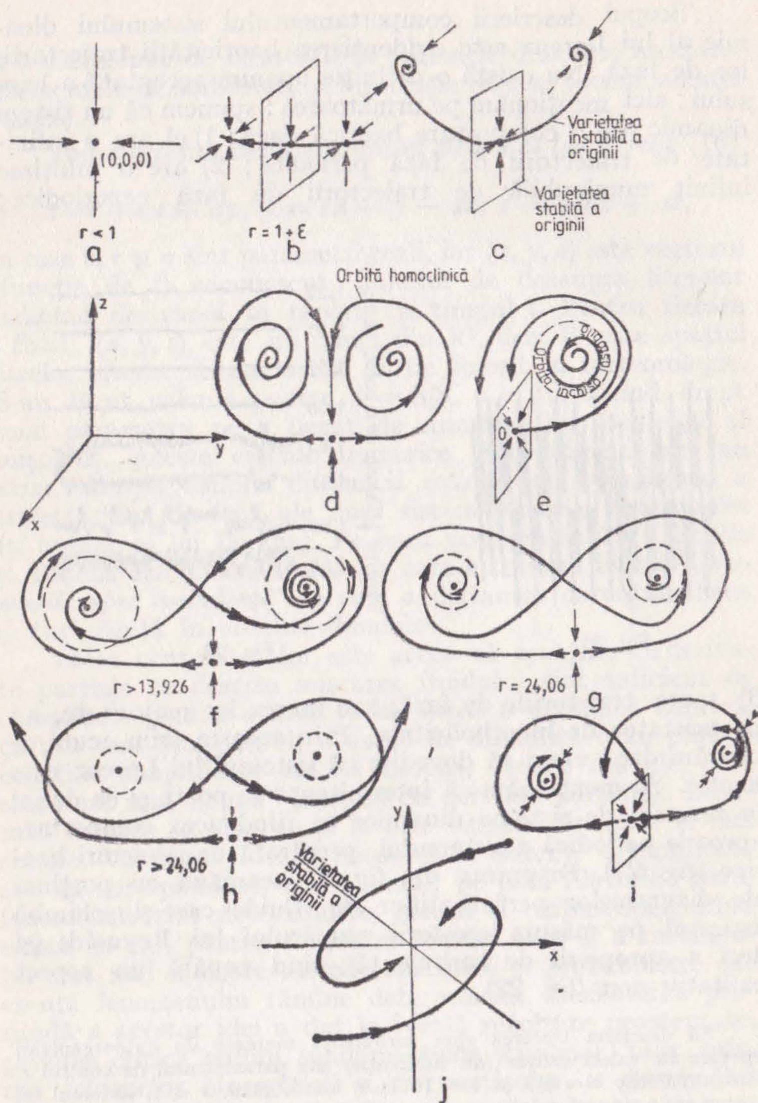


Fig. 22.

3) toate traietoriile de fază, sau marea lor majoritate, au proprietatea de hiperbolicitate. Prin aceasta știm acum ce căutăm dacă vrem să dovedim că sistemul lui Lorenz este haotic. Să menționăm că intermitența se poate și ea defini în termeni de sisteme dinamice ca fiind acea comportare aproape periodică a sistemului, presărată de izbucniri haotice (fig. 21). Diagrama din fig. 21 seamănă cu porțiuni ale diagramelor perturbațiilor din fluide care-și schimbă aspectul pe măsura creșterii numărului lui Reynolds (și deci a apropierii de turbulență), cînd capătă un aspect calitativ nou (fig. 22).

Să descriem trecerea spre turbulență marcată de autoorganizări repetate la valori critice (de bifurcație) ale parametrului de control r. Pentru valorile $b = 8/3$ și $\sigma = 10$ la r foarte mici, $r < 1$, sistemul lui Lorenz are o singură soluție staționară (0, 0, 0) ; ea este și stabilă și corespunde stării de conducție. Portretul de fază este cel din fig. 23, a. La $r = 1$ această soluție își pierde stabilitatea pe seama bifurcației a două



(0,0,0)
r < 1
a
r = 1 + ε
b
Varietatea
instabilă a
originii
Varietatea
stabilă a
originii
c
Orbită homoclinică
z
y
x
d
0
Orbită închisă
e
r > 13,926
f
r = 24,06
g
r > 24,06
h
Varietatea
stabilă a
originii
y
x
i
j

Fig. 23.

noi soluţii staţionare $C = (\sqrt{b(r-1)}, \sqrt{b(r-1)}, r-1)$, $C' = (-\sqrt{b(r-1)}, -\sqrt{b(r-1)}, r-1)$, corespunzătoare unor mişcări de convecţie staţionare. Soluţia (0, 0, 0) atrage acum doar o parte dintre soluţiile nestaţionare, restul fiind atrase de C şi C', astfel că portretul de fază este cel din fig. 22, b. În acest caz (0, 0, 0) este punct parţial atractiv, parţial repulsiv, în schimb C şi C' sînt puţuri. Cînd $r - 1 = \varepsilon$ este mic, punctele C şi C' sînt foarte apropiate de (0, 0, 0), pe măsură ce r creşte aceste puncte depărtîndu-se de origine (fig. 23, c), iar melcii din vecinătatea punctelor C şi C' devenind din ce în ce mai umflaţi. Pentru r ceva mai mici de $r = 13{,}926$ melcii sînt atît de mari, încît intră în varietatea stabilă a originii, varietatea stabilă şi cea instabilă devenind identice, iar originea transformîndu-se într-un punct homoclinic. Orbita ce trece prin el este homoclinică (adică tinde către origine atît pentru $t \to \infty$, cît şi pentru $t \to -\infty$). La $r \approx 13{,}926$ (fig. 23, d) are loc o nouă bifurcaţie, apărînd două orbite închise instabile (desenate punctat în fig. 23, f; în fig. 23, e este reprezentată mai amănunţit partea dreaptă a figurii 23, f). Pentru $r > 13{,}926$ cele două orbite cu perioadă infinită, care încep şi se termină în origine, se încrucişează. Melcii se umflă şi mai mult, astfel că orbitele homoclinice lasă în urmă orbitele periodice închise, iar varietatea instabilă a originii este atrasă de punctul opus. (Uneori punctele de echilibru ale unui sistem dinamic se mai numesc şi puncte fixe, deoarece rămîn pe loc în spaţiul fazelor, cu trecerea timpului.) Pe măsură ce r creşte, numărul mulţimilor invariante (puncte fixe şi orbite închise) creşte, atingîndu-se un stadiu preturbulent, în care între punctele fixe atractive se „inserează" o anumită configuraţie (potcoavă de cal) şi există o infinitate de orbite periodice, dar în cele din urmă cele mai multe orbite merg spre unul dintre punctele fixe atractive. Încă nu s-a format un atractor straniu, ci mai degrabă o mulţime invariantă „metastabilă": punctele de lîngă ea, în cele din urmă, o părăsesc într-un mod probabilist şi merg spre punctele atractive. Pe măsură ce r creşte, se constată, comparînd imaginile obţinute la plotter cu cele corespunzătoare potcoavei de cal, că şi în cazul sistemului lui Lorenz se formează o potcoavă de cal, aceasta marcînd apariţia, prin bifurcaţie, a *atractorului straniu al lui Lorenz* la $r = 24{,}06$. În fig. 23, g se vede că la acest r varietatea instabilă a originii este atrasă de orbita închisă opusă, pe cînd pentru $r > 24{,}06$ acea varietate doar trece pe lîngă orbita închisă, opusă, fiind în cele din urmă (pentru $t \to \infty$) respinsă de aceasta, originea devenind punct repulsiv total (fig. 23, h). Atractorul straniu captează toate orbitele care traversează bucăţica de varietate stabilă a originii şi le aruncă pe partea cealaltă, astfel că traiectoriile de fază intersectează transversal atractorul straniu după o mulţime de puncte distribuite aleator. Pe măsură ce r creşte, creşte şi atractorul straniu, iar orbitele închise instabile (fig. 23, h) devin tot mai mici şi tind către punctele fixe C, respectiv C'. La $r \approx 24{,}74$ deja cele două orbite închise se confundă cu C şi C' în urma unei bifurcaţii (Hopf) subcritice, cele două puncte fixe devenind acum instabile. Pentru $r > 24{,}74$ se formează un atractor (propriu-zis, standard) al lui Lorenz (fig. 23, i). Pentru $r \geqslant 50$ portretul de fază este atît de complicat, încît se pot face doar anumite analogii cu situaţii similare din cazul aplicaţiei logistice $f(x) = ax(1-x)$ (fig. 23, j).

Pe modelul lui Lorenz schimbarea portretului de fază a fost exemplificată o dată cu creşterea lui *r*, de la situaţia din cazul *a* cînd tot portretul era descris de existenţa unui punct fix total atractiv pînă la situaţiile corespunzătoare cazurilor *g* şi *i* cînd mulţimile invariante (atactorii stranii sau standard) induc în mare parte portretul de fază. De fapt, pentru fiecare *r* există un anumit sistem dinamic cu portretul de fază corespunzător, creşterea lui *r* însemnînd trecerea continuă a sistemelor dinamice dintr-unul în altul, bifurcaţiile dinamice marcînd schimbări bruşte şi puternice ale comportării sistemelor, corespunzătoare trecerii parametrului de control *r* prin anumite valori critice (praguri). Din toate aceste comportări cele mai bine înţelese sînt cele corespunzătoare lui *a* (starea de conducţie) şi *b, c, d* (convecţia staţionară). Cazul *a* este cel al apariţiei convecţiei nestaţionare care descrie multe fenomene atmosferice sau hidraulice spectaculoase. Aceste prime stadii de comportament sînt găsite analitic ; ultimele sînt determinate numai numeric. În toată dinamica prezentată, rolul esenţial îl are stabilitatea (mai exact parţial atractivitatea) diferitelor mulţimi invariante ale sistemului dinamic ataşat sistemului lui Lorenz şi bifurcaţia. Apropierea sau depărtarea din spaţiul fazelor are drept corespondent în natură apropierea (asemănarea) mişcării perturbate cînd de starea de conducţie, cînd de cea de convecţie staţionară, cînd de cea de convecţie nestaţionară etc.

Inspirîndu-se din dinamica sistemului lui Lorenz şi a altor sisteme sinergetice, s-a definit *comportamentul turbulent al sistemelor dinamice ca fiind o anumită dependenţă de timp pentru care prototipul este o orbită asimptotică unui anumit atractor straniu, deci există dependenţă sensibilă de data iniţială, fluctuaţiile amortizîndu-se cu timpul, iar comportamentul mediu fiind descris de o mărime probabilistă.* Spre deosebire de aceasta, dinamica laminară este caracterizată de o dependenţă de timp nesensibilă de data iniţială, fluctuaţiile nu se amortizează, iar comportamentul mediu este caracterizat de o mărime deterministă. În ultimul timp un efort susţinut se depune pentru caracterizarea probabilistă a comportamentului haotic al traiectoriilor de fază, deci pentru caracterizarea mai precisă a ultimei părţi

a definiţiei turbulenţei. Haosul determinist este frecvent observat în multe sisteme sinergetice (fluide, fizice, chimice) ; nu se ştie dacă el este cauzat de zgomot (fluctuaţii) exterior, variabile ascunse, erori experimentale sau de dinamica intrinsecă, deşi aceasta din urmă pare să fie cea mai apropiată de realitate. În orice caz, acest haos seamănă cu un proces aleator, de unde şi încercările actuale de caracterizare probabilistă a sa.

3.4. SCENARIUL LUI FEIGENBAUM – DRUMUL SPRE TURBULENŢĂ, PRIN DUBLAREA PERIOADEI

Diferitele tipuri de haos în drum spre turbulenţă sînt modelate matematic de aşa-zisele scenarii, cărămizi de construcţie pentru preturbulenţă, dintre care unul este acela al lui Ruelle şi Takens, bazat pe dinamica sistemului lui Lorenz. Un alt scenariu este acela al lui Feigenbaum, descris de un sistem de ecuaţii cu mult mai simple şi anume ecuaţii (discrete) recursive $u_{n+1} = f(u_n)$, care cu toată simplitatea lor conţin în ele haos şi modelează formarea structurilor macroscopice ca rezultat al autoorganizării sistemelor dinamice. Datorită caracterului său universal, scenariul lui Feigenbaum şi ideile legate de acesta reprezintă unele dintre cele mai puternice instrumente ale sinergeticii.

Modalitatea de haoticizare prin dublarea perioadei a fost observată experimental în convecţiile termice ale fluidelor (ca heliu, apă şi mercur la numere Prandtl mici şi moderate), în oscilatori electrici neliniari, în acustică, în undele apelor puţin adînci, în sisteme optice hibride şi în reacţia Belousov—Jabotinski. De exemplu, în această reacţie chimică seria de timp a unui şir de dublări de perioade cu perioadele τ, 2τ, $2^2\tau$ este reprezentată în fig. 24, în care punctele puse deasupra seriilor de timp sînt separate printr-o perioadă. Rezultatele experimentale sînt analizate în funcţie de o aplicaţie unidimensională, pe un interval. Sistemul dinamic pe care ea îl generează prezintă o ierarhie de bifurcaţii în funcţie de parametrul de control λ. Cînd λ creşte, apare o cascadă de bifurcaţii de dublări ale

perioadei (bifurcaţii furcă) pînă cînd λ atinge o anumită limită λ_∞, după care, deci pentru $\lambda > \lambda_\infty$, ia naştere o stare haotică, în care, cu creşterea lui λ, apare un şir de bifurcaţii inverse de înjumătăţire a perioadei şi, de asemenea, ia naştere un şir universal de stări periodice (bifurcaţii tangente). Fenomenul de bifurcaţii inverse este analog

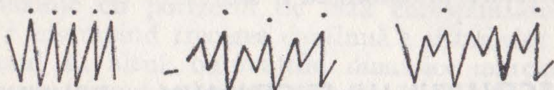


Fig. 24.

tranziţiilor de fază, iar cel de stări periodice corespunde întoarcerii de la regimul turbulent (haotic) la laminar (ordonat). Scenariul lui Feigenbaum, care are trei părţi distincte menţionate (ierarhie de bifurcaţii de dublări ale perioadei, bifurcaţiile inverse şi stările periodice), prezintă şi fenomenul de intermitenţă asociat celui din turbulenţa fluidelor.

Vom prezenta drumul spre turbulenţă descoperit în 1975 la calculator de M. Feigenbaum. Discretizarea modelelor matematice în vederea prelucrării lor pe calculator conduce la sisteme discrete

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad n \in \mathrm{N}, \tag{3.1}$$

unde $f\colon [0, 1] \to [0, 1]$, $f = f(x)$ este o aplicaţie neinversabilă care generează un sistem dinamic discret dacă n este interpretat ca timp. Mai departe vom folosi un limbaj geometric. Spunem că x^* este *punct de echilibru* sau *punct fix* al aplicaţiei f dacă $f(x^*) = x^*$. Un proces iterativ, după (3.1), început cu $x_0 = x^*$, lasă acest punct pe loc, după un ciclu de o iteraţie procesul repetîndu-se. Deci acest proces este un *ciclu cu perioadă 1*. Fie x^{**} un punct de echilibru al aplicaţiei compuse $f \circ f$, notate f^2. Un proces care începe cu $x_0 = x^{**}$ constă din doi paşi, căci x^{**} merge în $f(x^{**})$, iar $f(x^{**})$ merge în $f^2(x^{**}) = x^{**}$, după care el se repetă, deci acest proces este un *ciclu de perioadă 2*. În general un *ciclu de perioadă n* se obţine cînd procesul iterativ porneşte dintr-un punct fix al funcţiei $\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}}$, notate f^n. Să observăm că şi punctul $f(x^{**})$ este punct fix al lui f^2, deoarece $f(x^{**})$ merge în x^{**}, iar x^{**} în $f(x^{**})$. Analog, orice punct al unui ciclu de perioadă n este punct fix al lui f^n, deci f^n are $n \cdot k$ puncte fixe ($k \in \mathrm{N}$). Deoarece orice punct fix al lui f^n este punct fix şi al lui f^{m+k} ($m, k \in \mathrm{N}$), vom conveni să numim *cicluri de perioadă n* şi, respectiv, *punct fix al lui f^n* ciclurile şi, respectiv, punctele fixe

care nu au această calitate şi pentru vreun f^n cu $n < m$. Punctele fixe ale lui f^n se numesc pe scurt *perioade n*. Dată o aplicaţie F care depinde de un parametru λ, este firesc ca numărul şi tipul perioadelor sale să varieze cu λ, aşa cum în sistemele dinamice (continue) numărul şi tipul mulţimilor invariante depindea de λ. De asemenea, se poate spera ca şi proprietăţile de stabilitate şi bifurcaţie ale perioadelor să fie analoage celor din cazul continuu. Feigenbaum a descoperit tocmai acest lucru în sistemele discrete, unde f este aplicaţia logistică $f(x) = 4\lambda x(1 - x)$, $\lambda \in [0, 1]$ fiind un parametru. Punctele fixe care au proprietatea că, pornită de lîngă ele, schema iterativă converge în cele din urmă la ele, se numesc *stabile*. Punctele fixe ale lui f se numesc *instabile* dacă schema aceasta este divergentă. Aceaste stabilitate şi instabilitate sînt analogul discret al atractivităţii şi repulsivităţii din cazul continuu. Totalitatea punctelor x_0 care în procesul iterativ sînt duse într-un punct fix se numeşte *bazinul de atracţie* al acelui punct fix. În cazul aplicaţiei logistice se constată că există două puncte fixe $x^* = 0$ şi $x^{*\prime} = 1 - (4\lambda)^{-1}$. Pentru $0 < \lambda < 1/4$, punctul x^* este singurul punct fix din $[0, 1]$ şi el este stabil, bazinul său de atracţie fiind $(0, 1)$. La $\lambda = 1/4$ ambele puncte fixe coincid ($x^{*\prime}$ devine zero, deci x^*), în timp ce pentru $1/4 < \lambda < 3/4$ punctul x^* devine instabil, iar $x^{*\prime}$ — stabil. În cazul limită $\lambda_1 = 0{,}75$ convergenţa către $x^{*\prime}$ este extrem de lentă, iteraţiile apropiindu-se nu geometric, ci astfel încît abaterea de la $x^{*\prime}$ este invers proporţională cu rădăcina pătrată a numărului iteraţiilor (fig. 25). La $\lambda_1 = 3/4$ ambele puncte fixe devin instabile, situaţie care se menţine şi pentru $3/4 < \lambda < 1$. În $\lambda_1 = 0{,}75$, în urma unei bifurcaţii, iau naştere două perioade 2, parţial stabile şi anume x_1^* şi $x_1^{*\prime}$ (care sînt puncte fixe ale lui f^2), avînd proprietatea $x_1^* = f(x_1^{*\prime})$ şi $x_1^{*\prime} = f(x_1^*)$. La fiecare două iteraţii prin f rezultă un punct, atras fie de x_1^*, fie de $x_1^{*\prime}$, după cum este mai aproape de x_1^* sau $x_1^{*\prime}$. Pe măsură ce numărul iteraţiilor creşte, punctele din şirul iteraţiilor tind, din două în două, tot mai mult, către x_1^* sau $x_1^{*\prime}$. Rezultă că mulţimea $\{x_1^*, x_1^{*\prime}\}$ numită *ciclu 2* este un atractor de perioadă 2. Punctele x_1^* şi $x_1^{*\prime}$ se găsesc la intersecţia graficului lui f cu pătratul limită, ale cărui vîrfuri sînt puncte succesive ale şirului iteraţiilor (fig. 25). Considerînd pe f^2 drept o altă funcţie dată g, lui g i se poate aplica acelaşi studiu ca şi lui f; se constată că există o altă valoare $\lambda_2 > \lambda_1$ la care punctele fixe ale lui g şi anume x_1^* şi $x_1^{*\prime}$ îşi pierd stabilitatea, la acest λ_2 avînd loc o bifurcaţie, în urma căreia, corespunzător fiecăruia dintre x_1^* şi $x_1^{*\prime}$, ia naştere un ciclu 2 stabil. În total se formează un ciclu 4, format din

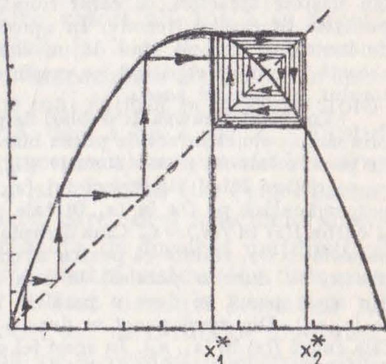


Fig. 25.

x_2^*, $x_2^{*\prime}$, $x_2^{*\prime\prime}$ şi $x_2^{*\prime\prime\prime}$ care sînt puncte fixe pentru g^2, deci ale aplicaţiei f^4, şi ele sînt parţial stabile. Acest ciclu 4 este un atractor de perioadă 4, punctele şirului de iterate prin f tinzînd, din 4 în 4, succesiv către x_2^*, $x_2^{*\prime}$, $x_2^{*\prime\prime}$ şi $x_2^{*\prime\prime\prime}$. Şi acest atractor îşi va pierde stabilitatea într-un λ_3 ($> \lambda_2$) în care va avea loc o nouă bifurcaţie în urma căreia va apărea un atractor de perioadă 8, deci dublată faţă de aceea a atractorului precedent. În acest fel, pe măsură ce λ creşte, el trece printr-o *cascadă de bifurcaţii (de tip furcă) de dublări de perioade* (armonice), în urma cărora iau naştere atractori, al căror număr 2^n creşte, aceşti atractori captînd punctele procesului iterativ. În apropierea unui atractor punctele şirului de iterate se apropie cînd de un element al atractorului, cînd de altul, această apropiere căpătînd, cu creşterea numărului de elemente ale atractorului, un *caracter haotic*.

Tot acest scenariu de dublări de perioade se poate uşor efectua grafic prin simple simetrii faţă de prima bisectoare. Într-adevăr, fie x_0 un punct de pornire într-un proces iterativ (fig. 25) $x_1 = f(x_0)$, iar $x_2 = f(x_1)$, deci x_1 se obţine luînd simetricul lui $(x_1, f(x_0))$ faţă de prima bisectoare. O perpendiculară pe Ox în $(x_1, 0)$ taie prima bisectoare în punctul (x_1, x_1) şi curba $f(x)$ în $f(x_1) = x_2$. Cum dreapta ce trece prin $(x_0, f(x_0))$ şi (x_1, x_1) este paralelă cu Ox, rezultă că pentru a construi punctele şirului $x_1, x_2, x_3, \ldots$, din x_0 se duce o paralelă la axa Of care taie curba $f(x)$ în (x_0, x_1); din acest punct se duce o paralelă la Ox. Ea va tăia prima bisectoare în (x_1, x_1). Din acest punct se duce o paralelă la Of; această paralelă va tăia curba $f(x)$ în (x_1, x_2). În acest fel se pot obţine punctele $x_1, x_2, x_3, \ldots$, ducînd doar paralelă la axe, între curba $f(x)$ şi prima bisectoare. Procesul iterativ va converge către punctul x^* dacă panta tangentei în x^* la $f(x)$ va fi cuprinsă între -1 şi 1, stabilitatea lui x^* pierzîndu-se cînd această pantă este mai mică decît -1. Se constată că, în general, stabilitatea atractorului de perioadă 2^n se pierde şi deci bifurcaţia apare, cînd panta în $x = 1/2$ la f^{2^n} este -1. Alte consideraţii geometrice simple arată că dacă d_k reprezintă distanţa (algebrică) de la punctul $x = 1/2$ la cel mai apropiat element al atractorului (ciclu) de perioadă 2^k în ciclul 2^k la $\lambda = \lambda_k$ [scriem aceasta formal ca $f^{2k-1}(\lambda_k, 1/2) - 1/2$], atunci $(d_n/d_{n+1}) - \alpha = 2{,}502907875\ldots$, iar α se poate determina [după o translaţie care duce pe 1/2 în 0 cînd, corespunzător, d_n devine $d_n = f^{2n-1}(\lambda_n, 0)$], definind o *funcţie limită universală* $g_1(x) = \lim_{n\to\infty} (-\alpha)^n f^{2^n}(\lambda_{n+1}, x(-\alpha)^n)$ a tuturor iteraţiilor, tuturor f-urilor, care au un extrem pătratic. Funcţia g_1 determină localizarea elementelor ciclurilor 2^n de ordin mare lîngă $x = 0$ (deci $x = 1/2$, în notaţia dinaintea translaţiei). Cu ajutorul lui g_1 se poate defini o funcţie nouă universală $g_0(x) = -\alpha g_1^2(-x/\alpha)$ a cărei rezolvare numerică furnizează pe α. Cu ajutorul parametrului de rescalare α, care este o constantă universală, Feigenbaum arată că structura locală a atractorului se reproduce la o dimensiune rescalată în bifurecaţiile succesive.

Se poate arăta că raportul $\delta_n = \dfrac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\lambda_{n+2} - \lambda_{n+1}} \to \delta = 4{,}6692016\ldots$ pentru mari clase de funcţii f, deci δ are de asemenea un caracter uni-

versal. El este deosebit de important, deoarece este legat de limita λ_∞ la care procesul iterativ nu mai suferă dublări de perioadă, ci devine haotic. Acest fapt este legat de trecerea spre turbulență de la dinamici periodice la cele aperiodice.

Cînd dublarea de perioadă are loc în sistemele sinergetice (fluide, chimice, electrice, fizice etc.), atunci un fenomen, care la anumite valori ale parametrului de control λ se repetă după T secunde, la alte valori ale lui λ se repetă după $2T$ secunde etc. pînă cînd, la $\lambda = \lambda_\infty$, acel fenomen devine din periodic *aperiodic*. Succesiunea tipurilor de mișcări periodice este din ce în ce mai rapidă pe măsura apropierii termenilor șirului δ_n de δ, deci a lui λ_n de λ_∞. Faptul că δ nu depinde de f este generatorul *universalității* drumului spre turbulență conform scenariului lui Feigenbaum. Deci, aceasta este cauza pentru care, deși sistemele sinergetice menționate sînt reprezentate de modele matematice foarte diferite, totuși comportamentul sistemelor dinamice atașate este același. Desigur a fost urmărit scenariul lui Feigenbaum pe cazul unui model dat de o funcție algebrică, dar este de sperat ca el să aibă loc și pentru operatori diferențiali, așa cum se și întîmplă. În fond, cauza profundă a dublării perioadei este legată de dependența sensibilă de date și anume de aceea că punctul fix g al operatorului F posedă o varietate instabilă unidimensională. Cînd sistemul dinamic este finit dimensional, înseamnă că operatorul F contractă volumele după $n - 1$ direcții, dar are contracție slabă după o direcție, astfel încît, cu mărirea ordinului iterației, procesul devine unidimensional. O situație analoagă are loc în cazul cînd sistemul dinamic atașat este infinit dimensional, contracția pe anumite direcții și dilatarea pe altele arătînd că acel sistem posedă proprietatea de dependență sensibilă de date.

Cauza funcționării scenariului lui Feigenbaum în cazul sistemelor dinamice infinit dimensionale (fluide, fizice) și a universalității lui este datorită faptului că prin discretizarea acestor sisteme continue obținem tocmai o ecuație sau un sistem de ecuații recursive și aceasta are loc indiferent de modelul infinit dimensional de la care am pleca. Ceea ce contează în ultimă instanță nu este dimensiunea și felul sistemului dinamic, ci proprietățile sale topologice legate de dependența sensibilă de date. Aceste idei sînt

legate de măsura în care ecuaţiile diferenţiale ordinare, obţinute în urma unei analize de moduri normale, păstrează proprietăţile calitative şi cantitative ale ecuaţiilor cu derivate parţiale şi, analog, cît de mult mai reţin ecuaţiile recursive din dinamica ecuaţiilor diferenţiale ordinare.

Ca o ultimă consecinţă a teoriei lui Feigenbaum menţionăm faptul important că un sistem cauzal pur poate şi chiar are în cele din urmă proprietăţi statistice. Invocarea unei statistici ad-hoc este nenecesară şi în general incompatibilă cu adevărata dinamică. Tocmai în această direcţie sînt îndreptate majoritatea studiilor asupra atractorului: găsirea unei caracterizări statistice a acestor atractori, implicit a sistemelor dinamice deterministe.

În ilustrarea scenariului lui Feigenbaum se consideră $0 < \lambda < 1$. Pentru alte valori ale lui λ se obţin rezultate analoage, în plus se constată că pentru anumiţi λ apar cicluri de perioade impare $2k + 1$, în ordine descrescîndă şi anume toate ciclurile de perioadă impară mai mare decît $2k + 1$, astfel că atunci cînd apare prima dată un ciclu de perioadă 3, cum deja toate ciclurile de perioade impare mai mari ca 3 apăruseră, înseamnă că a luat naştere haosul. Aceasta este sursa expresiei lui Li şi Yorke: „perioadă 3 implică haos", binecunoscută în sinergetică.

În turbulenţă, relevanţa caracteristicilor macroscopice (cîmpurile de viteză, presiune şi temperatură) scade la zero. După teoria lui Feigenbaum, succesiunea (cascada) de bifurcaţii este caracterizată de raportul δ (al lui Feigenbaum) care prinde puţine proprietăţi calitative, dar cu ajutorul căruia se pot apoi deduce cele cantitative. O situaţie analoagă are loc în teoria fenomenelor critice, în care cîteva proprietăţi calitative ale sistemului, unde are loc tranziţia de fază (dimensionalitatea), determină exponenţii critici universali. Ambele teorii (cea a lui Feigenbaum şi a fenomenelor critice) sînt identice din punct de vedere matematic şi anume sînt teorii de punct fix, δ putînd fi considerat drept exponent critic.

3.5. SIMULAREA NUMERICĂ PE CALCULATOR A COMPORTĂRII CVASISTOCASTICE. HAOS COMPUTAŢIONAL

Era calculatoarelor a deschis noi şi nebănuite posibilităţi de realizare numerică a modelelor matematice ale sistemelor sinergetice, dar a generat şi multe şi neaşteptate întrebări privind interpretarea rezultatelor obţinute pe calculator. Una dintre aceste chestiuni este comportarea cvasihaotică a sistemelor deterministe simple, sesizată în 1963 de către Lorenz pe modelul său din meteorologie, în 1975 de Li şi Yorke într-o problemă de biologie şi de Feigenbaum pentru ecuaţia logistică definită de o aplicaţie pătratică (polinom de grad 2) din R. Pentru elucidarea acestei chestiuni au început să fie studiate teoretic şi să se facă simulări numerice şi ale altor ecuaţii simple, neliniare, definite de aplicaţii din R sau R^2. Una dintre acestea este aplicaţia lui Henon $\vec{f}: R^2 \to R^2$, $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x})$; procesul iterativ corespunzător ecuaţiei $\vec{x} = \vec{f}(\vec{x})$ se scrie ca

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n, \quad y_{n+1} = bx_n, \tag{3.2}$$

unde a şi b sînt constante reale, iar $\vec{x} = (x, y)$.

După cascada de dublări de perioade cînd parametrul de control λ creşte pînă la λ_∞, urmează un comportament haotic al sistemelor dinamice sinergetice, caracterizat de alte două scenarii: şirul de bifurcaţii inverse de înjumătăţiri de perioade, corespunzătoare creşterii lui λ şi a „fluctuaţiilor" (zgomotului) şi bifurcaţiile tangente de noi perioade fundamentale, deci de domenii de laminaritate în haos. În realitate, sistemele sinergetice (experimentele asupra convecţiei Bénard în heliu şi mercur departe de λ_∞) posedă în regiunea de haos şi o altă comportare, care nu poate fi explicată cu ajutorul aplicaţiilor unidimensionale (pe R) şi anume întreruperea cascadei de dublări de perioade, la următoarea bifurcaţie luînd naştere o perioadă fundamentală. Această comportare a fost observată în sisteme dinamice bidimensionale ca acela corespunzător lui (3.2). În acest fel, rezultate numerice neobişnuite, obţinute la calcu-

lator, pentru valori ale lui λ în jurul unor praguri critice, au apărut drept comportări firești în cadrul teoriei sistemelor sinergetice. Pe de altă parte, analogia dintre aceste comportări și acelea ale sistemelor dinamice infinit dimensionale și ale sistemelor materiale însele a creat premisele dezvoltării exemplelor model. Aceste *exemple model*, pentru anumite sisteme dinamice complicate, sînt tot sisteme dinamice, dar dintre cele mai simple, în general uni-, bi- sau tridimensionale, a căror dinamică este asemănătoare cu cea a sistemelor dinamice complicate. Ecuația logistică, sistemul lui Henon și sistemul lui Lorenz sînt trei dintre cele mai simple astfel de exemple model.

În sistemul lui Henon a este un parametru asemănător numărului lui Rayleigh din convecție, în timp ce b este viteza de contracție a suprafețelor la fiecare iterație, $b = -1$ corespunde cazului conservativ, $|b| < 1$ — cazului disipativ, valorile negative ale lui b avînd o anumită semnificație fizică. Cînd $b = 0$, ecuația (3.2) se reduce la ecuația logistică scrisă sub forma echivalentă $x_{n+1} = 1 - ax_n^2$ și corespunde unei aplicații unidimensionale neinversabile. Sistemul lui Henon a fost investigat numeric foarte mult; în particular pentru $a = 1{,}4$ și $b = 0{,}5$ s-a găsit că în funcție de poziția punctului inițial (x_0, y_0) șirul de puncte iterate prin f fie diverge la infinit, fie tinde către un atractor straniu care pare a fi produsul unei varietăți unidimensionale cu o mulțime (Cantor). Acest atractor straniu are în principal aceeași structură ca și o secțiune plană din atractorul straniu al lui Lorenz. El este un obiect intermediar între o suprafață (în sens obișnuit) și un volum și poate fi imaginat ca o suprafață cu infinit de multe foi.

Sistemele de ecuații ce apar în studiul sinergeticii pot fi definite fie de *aplicații neinversabile* (funcția logistică), fie de omeomorfisme (aplicații care, împreună cu inversa lor, sînt continue), fie de curgeri. Acestea din urmă sînt sisteme dinamice continue propriu-zise, deoarece în ele parametrul (asimilabil timpului) variază continuu, pe cînd primele sînt sisteme dinamice discrete, parametrul fiind ordinul de iterație avînd valori discrete. Sistemele definite de omeomorfisme sau de curgeri au proprietăți comune datorită structurii lor topologice asemănătoare, aceasta

constituind, în particular, cauza asemănării dintre atractorul straniu al lui Henon (definit de un omeomorfism care păstrează aria) și cel al lui Lorenz.

Comportarea globală a sistemelor este de cele mai multe ori imposibil de studiat teoretic, astfel că se recurge la simulare numerică, aceasta trebuind să fie efectuată cu deosebită grijă și discernămînt pentru a se putea decala proprietățile de haoticitate, neunicitate, instabilitate ale sistemului sinergetic de cele introduse de rezolvarea numerică însăși. Prezentarea atîtor comportări, pînă nu demult nici măcar imaginabile, trebuie să pună în gardă pe programator asupra eșalonării și interpretării rezultatelor numerice.

4. DEPARTE DE ECHILIBRU

4.1. TEORIA CATASTROFELOR ŞI PUNCTUL DE VEDERE GEOMETRIC (CALITATIV) ÎN ŞTIINŢĂ

Teoria catastrofelor studiază singularităţile familiilor de funcţii netede. Dar aceste familii (ca şi sistemele dinamice) modelează fenomenele tranzitorii (în raport cu timpul sau cu alţi parametri de control) din lumea materială, deci teoria catastrofelor se aplică *tranziţiilor discontinue*. Cum studiul global al comportării sistemelor sinergetice include şi aceste discontinuităţi ale fenomenelor, rezultă că pentru sinergetică teoria catastrofelor reprezintă un instrument matematic, o metodă de studiu. Amintim că fenomenele evolutive sînt cele în care parametrul în raport cu care se face tranziţia de la o stare (fază) a sistemului la alta este timpul, pe cînd în cazul general, care priveşte teoria catastrofelor, tranziţia de fază este descrisă nu neapărat de parametrul timp, ci şi de alţi parametri ca temperatura sau intensitatea unui alt cîmp. Prin stări nu înţelegem stările de agregare, ci totalitatea caracteristicilor macroscopice ale unui proces. Deoarece familiile de funcţii diferenţiabile fac obiectul de studiu al topologiei diferenţiale, teoria catastrofelor aparţine acestei discipline, de unde rezultă punctul de vedere calitativ, specific topologiei, pe care teoria sinergetică îl imprimă studiilor în care ea se aplică. Tot datorită topologiei, prin instrumentele sale topologice (ca teoria catastrofelor, teoria bifurcaţiei, teoria stabilităţii) sinergetica poate îngloba într-un studiu comun fenomene analoage. În particular, teoria catastrofelor, fondată de René Thom în 1966, este după părerea acestuia prima încercare coerentă, de la logica lui Aristotel, de a da o teorie asupra analogiei. Teoria catastrofelor este, în particular, modelul

matematic al morfologiei generale (disciplina biologică care studiază forma și structura organismelor vii). S-a considerat de aceea, că teoria catastrofelor este o metodă matematică nouă pentru descrierea evoluției formelor în natură. În sfîrșit, introducerea punctului de vedere probabilist a jucat un rol covîrșitor în știință; același rol pare să-l joace și punctul de vedere calitativ introdus de teoria catastrofelor.

Trebuie făcută o distincție între o teorie topologică particulară, cum este teoria catastrofelor, a cărei putere generalizatoare și de analogie este, de fapt, expresia echivalenței topologice și punctul de vedere geometric, care pătrunde masiv în știință în ultimii ani și care, în fond, se bazează tot pe această echivalență topologică, dar care, în același timp, vizează și alte echivalențe. În orice caz, un astfel de punct de vedere, concretizat prin pătrunderea metodelor topologice (geometrice) în teoria ecuațiilor cu derivate parțiale, este posibil datorită reformulării unor rezultate analitice în termeni geometrici și extinderea lor mai ușoară la alte cazuri, pe baza unei intuiții geometrice. Și înainte de apariția teoriei catastrofelor punctul de vedere calitativ, topologic, era prezent în știință și apărea drept un caz particular al efectului unificator al matematicii; teoria catastrofelor a adus în plus, credem, nu acest punct (mai degrabă a accentuat impunerea lui), ci a întregit studiul familiilor de funcții netede cu o teorie *sistematică* a singularităților.

Teoria singularităților este un capitol al topologiei diferențiale, topologie care extinde analiza la cazul aplicațiilor singulare. O abordare sistematică a singularităților nu intră în obiectivele analizei matematice, în afara, cel mult, a unei clasificări a punctelor singulare din plan ale curbelor insuficient folosite. De obicei rezultatele analizei priveau situațiile „bune", cazurile speciale de singularități fiind deliberat lăsate la o parte, nespunîndu-se nimic despre situațiile în care ele apăreau. Prin aceasta, prezența unei singularități fie constituia punctul în care un rezultat își înceta valabilitatea, fie anumite tipuri de discontinuități erau admise, ele neconstituind impedimente ale unor teorii mai generale, dar fără ca să se dispună de o caracterizare detaliată a acestor discontinuități. De exemplu, două dintre

cele mai mult folosite integrale din teoria ecuațiilor diferențiale sînt cea în sensul lui Riemann și cea în sensul lui Lebesgue. Funcțiile pentru care aceste două tipuri de integrale există pot avea tipuri de discontinuități corespunzătoare. Pentru un inginer, fizician, chimist sau matematician, angajat în studierea unui model matematic al unei științe particulare, este extrem de important să știe cît de puternice pot fi discontinuitățile admise de funcțiile Lebesgue integrabile pentru a ști ce tipuri de caracteristici fizice ale fenomenului folosește. Acestea îi servesc să vadă cît de profund este modelat un fenomen, pe de o parte, iar pe de altă parte, cînd are deja rezultatul teoriei, să știe ce reprezintă acesta. În acest fel, problema singularităților intră în mod natural în aceea a modelării matematice. Un timp n-a deranjat prea mult faptul că teoria se oprea undeva în fața unei discontinuități, singularități dar, pe măsură ce solicitările tehnicii priveau tot mai mult fenomenul în totalitatea lui, devenea din ce în ce mai evidentă necesitatea trecerii dincolo de singularități, pentru a studia fenomenul și în domenii de după singularitate și, oricît de aproape de aceasta. Cu toate că singularitățile din topologie (punctele critice) și în particular din teoria catastrofelor sînt deosebite de cele ale funcțiilor integrabile, ele sînt, ca și acestea, discontinuități. Teoria catastrofelor, alături de alte teorii care privesc „discontinuități" (teoria asimptotică, teoria bifurcației) este, astfel, o teorie ce prelungește analiza matematică clasică. Ea permite explicarea anumitor salturi bruște, calitative, din sistemele sinergetice, comportarea „bună", lentă rămînînd să fie studiată, ca și pînă acum, de acea analiză.

Obiectul teoriei catastrofelor este clasificarea locală a familiilor de funcții (definite pe R^n și cu valori în R), abstracție făcînd de o schimbare de coordonate, astfel încît structura punctelor critice să nu fie calitativ afectată. Această clasificare nu va privi decît cazurile tipice, cele mai des întîlnite, cele care sînt netipice constituind o mulțime rară. Prin neafectarea calitativă se înțelege stabilitatea structurală a familiei de funcții.

Termenul de catastrofă este atît de șocant, iar semnificația lui atît de îngrijorătoare, încît el a suscitat imediat

și aproape instantaneu interesul întregii comunități științifice internaționale, ducînd fie la exagerări și supraaprecieri, fie la exprimări de dispreț suveran. Cu trecerea timpului cursul lucrurilor și-a intrat în matcă, teoria catastrofelor dovedindu-se un instrument deosebit de util în studiul sistemelor complexe, ce depind de mulți parametri și care prezintă tranziții de fază și, deci, în mod natural, devenind un instrument matematic al sinergeticii, rămînînd însă ca, în multe alte domenii în care este vorba despre o anumită fază (în sensul termodinamicii sau al teoriei generale a sistemelor), științele particulare să-și exercite pe mai departe influența și să-și aducă aportul la elucidarea problemelor. Mai adăugăm că greșelile de interpretare în lucrările aplicative de teoria catastrofelor sînt atît de multe, încît cititorul trebuie să fie pus în gardă asupra existenței lor [7]. Astfel, teoria catastrofelor însăși a fost în mod eronat asimilată cu teoria geometrică a catastrofelor elementare, aceasta din urmă constituind doar rezultatul principal. Teoria catastrofelor este o teorie matematică abstractă, delicată și nu larg accesibilă. Mesajul său profund privind punctul de vedere calitativ în știință este de natură topologică. Să prezentăm intuitiv cîteva dintre aceste idei topologice înglobate în definițiile conceptelor fundamentale din teoria catastrofelor pentru a feri pe cititorul neavizat de ridicolul și pericolul unor interpretări de natură matematică, care numai *par* a fi la îndemîna oricui. Totuși idei din teoria catastrofelor merită o largă difuzare.

O familie de funcții definite pe R^n și cu valori reale este o mulțime, ce depinde de r parametri reali $\lambda_1, \ldots, \lambda_r$ de astfel de funcții. Ea se scrie ca o singură funcție f pentru care parametrii familiei au devenit variabile independente. Cînd parametrii luau o valoare fixată, exista rațiunea considerării lor drept entități distincte de variabilele independente, ceea ce nu se mai întîmplă cînd parametrii sînt puncte curente din R^r. O problemă ce depinde de valori fixate ale unor parametri este un obiect matematic distinct de aceeași problemă în care parametrii nu mai au valori specificate, fiind arbitrari în R^r. Să remarcăm că în ultimul caz nu mai avem o problemă în primul sens, ci o infinitate de probleme de primul tip, deci o familie de

astfel de probleme. Corespunzător, soluția problemei în care cei r parametri sînt arbitrari este o familie de soluții ale problemelor corespunzătoare valorilor fixate ale parametrilor; totuși această soluție este o funcție definită pe $R^n \times R^r$ în care parametrii au egală îndreptățire să fie considerați variabile independente alături de $x_1, \ldots, x_n$. În acest fel, în loc să considerăm o r infinitate de probleme și deci de soluții, avem o singură problemă și, corespunzător, o singură soluție, evident de alt fel. Prin aceasta, familia de funcții este un obiect matematic care modelează în mod natural, printre altele, familia soluțiilor sistemelor de ecuații ce depind de parametri.

Formal, definițiile și proprietățile referitoare la familii de funcții vor fi aceleași ca și pentru o singură funcție, dar aceasta nu va implica faptul că toate funcțiile familiei vor avea acele proprietăți. Generalizarea pe care o realizează trecerea de la o funcție la o familie de funcții este nebanală; dificultatea majoră a teoriilor privind familii de funcții constă tocmai în intuirea și definirea unor concepte analoage celor din cazul funcțiilor. Familia de funcții reprezintă o altă calitate față de o singură funcție, unele comportări ale familiei neavînd loc în cazul unei singure funcții.

Scopul teoriei catastrofelor este clasificarea comportării *locale* (în vecinătatea unui punct) și *tipice* a familiilor de funcții reale de n variabile reale ce depind de r parametri reali, deci a funcțiilor $f: R^r \times R^n \to R$. Nu ne interesează clasificarea în vecinătatea oricărui punct, ci doar a acelora critice degenerate (în care o anumită derivată se anulează). Această comportare va fi analoagă, dar mult mai complicată ca aceea a comportării funcțiilor reale de o variabilă reală în vecinătatea punctelor lor critice (de maxim, minim sau inflexiune), în care se anula derivata în sens obișnuit. Grafic o familie de funcții $f: R^r \times R^n \to R$ va reprezenta o hipersuprafață, deci ne interesează alura locală tipică a sa lîngă un punct critic care este totdeauna considerat a fi originea (la această situație putîndu-se ajunge întotdeauna printr-o transformare de coordonate convenabilă). Neglijînd o anumită parte pătratică a funcțiilor $f: R^r \times R^n \to R$ pentru $r \leqslant 4$ (deci cazul familiilor de funcții ce depind de cel mult 4 parametri) R. Thom a găsit în 1972 șapte forme

tipice (normale) de catastrofă: faldul, întoarcerea (fig. 18), coada de rîndunică, fluturele, cortul, ombilicul eliptic și ombilicul parabolic, denumite de acesta catastrofe elementare. Adjectivul de elementare nu exprimă caracterul lor simplu, ci de element fundamental, constitutiv (așa cum elementele din tabelul lui Mendeleev constituie părți elementare din care sînt alcătuite toate substanțele chimice). Tocmai acest caracter elementar al lor arată marea lor frecvență în diversele aplicații în diferitele științe particulare. Aceasta era de așteptat, deoarece la baza teoriei catastrofelor stă dezvoltarea în serie Taylor în vecinătatea punctelor critice și cerința ca termenii reținuți să fie structural stabili și, prin aceasta, tipici. Catastrofele elementare sînt descrise de anumite funcții polinomiale, care alcătuiesc partea de început a dezvoltărilor în serie Taylor, în vecinătatea unor puncte critice degenerate, a familiilor de funcții de la R^n la R, care depind de r parametri reali, conținînd termenii care trebuie reținuți pentru ca aproximația realizată prin trunchierea seriei Taylor să păstreze calitatea punctului critic. În 1975 această clasificare a fost completată de Arnold pentru cazul a cel mult 5 parametri ($r \leqslant 5$). Fiind determinate, abstracție făcînd de anumite transformări de coordonate ce păstrează proprietăți topologice, catastrofele sînt clase de echivalență de forme normale polinomiale, deci ele sînt nu funcții, ci clase de echivalență de funcții.

O catastrofă caracterizează un comportament local al funcției f, dar pentru a cunoaște acest comportament local al lui f este necesar să studiem întreaga geometrie a catastrofei pe tot domeniul său de definiție, ceea ce se obține definind caracteristicile geometrice ale unei catastrofe în care un rol important revine potențialului și așa-numitei *mulțimi bifurcație*, loc al punctelor în care se schimbă numărul și natura punctelor critice. Deci la o variație fără salturi a parametrului λ în spațiul de control R^r, la trecerea printr-un punct $(\lambda, \varkappa)$ din $R^r \times R^n$ al mulțimii bifurcație, are loc un salt (o discontinuitate), ca de exemplu de pe o foaie pe alta și, corespunzător, variabila $x \in R^n$ are un salt în spațiul stărilor R^n. Cum în multe situații stările dinaintea saltului sînt diferite calitativ de cele de după

salt, rezultă că acest salt este o *tranziție catastrofală* (catastrofă, în vorbirea curentă) *de la o stare la alta*, de unde și denumirea de catastrofă dat potențialului corespunzător.

În teoria catastrofelor cea mai importantă este mulțimea bifurcație care conduce la aceste tranziții. Deducerea mulțimii bifurcație este extrem de utilă practic și ea arată importanța teoriei catastrofelor pentru studiul cantitativ al fenomenelor din sistemele sinergetice. Totuși, așa cum am mai arătat, teoria catastrofelor este tot acest aparat pregătitor, incluzînd rezultatele lui Morse, stabilitatea structurală și transversalitatea, care conduc la demonstrarea existenței și formei catastrofelor elementare normale. El este cel care imprimă un nou punct de vedere calitativ în știință. Doar produsul lui, catastrofele elementare și, mai precis, mulțimea de bifurcație, este de interes aplicativ. Astfel, unele catastrofe modelează energia potențială, iar totalitatea punctelor critice ale acestei energii este formată din stările de echilibru ale sistemului, fiecare punct critic fiind o stare de echilibru. Trecerea parametrilor peste un punct din mulțimea bifurcație va corespunde trecerii de la un echilibru stabil la altul instabil.

Catastrofele apar în mod natural în studiul maximelor și minimelor funcțiilor $f: R^n \rightarrow R$ [18]. Teoria catastrofelor studiază și alte catastrofe, cum ar fi catastrofele cu restricții (aplicabile domeniilor închise de frontiere) și catastrofele generalizate, toate acestea fiind încă în studiul topologilor. Caracterul tipic al catastrofelor determină apariția lor în atît de multe aplicații, încît aici menționăm doar domeniile [7]: mecanică (echilibrul și forma navelor), platforme pentru foraj marin, mecanica fluidelor, optică și teoria împrăștierii (valuri uriașe, curcubeul, mirajele, explozii sonice), elasticitate [19], termodinamică și tranziția de fază, fizică, biologie, ecologie, sociologie, analiza numerică.

4.2. TRANZIȚII DE FAZĂ DEPARTE ÎN ECHILIBRU. FENOMENE CRITICE

Tranziția de fază este fie o apariție a unei ordini în dezordine, fie a unei ordini de un alt tip într-o ordine anterioară (microscopică), fie a dezordinii în ordine. În primul

caz tranziţia este legată de un *parametru de ordine* (de fapt, parametru de control, cum ar fi densitatea sau magnetizarea spontană), deoarece la varierea lui sistemul prezintă diferite stări microscopice de ordine. Mai exact, parametrul de ordine este orice cantitate care reprezintă o măsură potrivită pentru ordinea care apare la tranziţia de fază. Cele mai cunoscute tranziţii de fază sînt cele din termostatică şi reprezintă treceri de la o fază de agregare a materiei la alta (cristalizarea apei, lichefierea gazelor, sublimarea, vaporizarea, topirea, îngheţarea). Tranziţiile de fază din acest ultim caz au loc la sisteme în echilibru sau aproape de echilibru; prin aceasta, la scară macroscopică are loc o tranziţie, trecere, de la un echilibru la altul. Tranziţiile de fază de la un echilibru la altul apar în sisteme deschise, cuplate la un rezervor.

Cel mai simplu exemplu de astfel de tranziţii de fază este tranziţia lichid-gaz generată de ecuaţia de stare a lui Van der Waals $(p + a/V^2) \times \times (V - b) = RT$, unde V este volumul molecular, p — presiunea, T — temperatura, iar a şi b sînt doi parametri materiali. Izotermele T = const sînt, în planul (V, p), curbe care sînt tăiate de dreptele p = const într-un punct pentru $T \geqslant T_c$ şi în trei puncte $T < T_{cr}$, în care T_c este temperatura critică, la care curba $p = p(V)$ are un punct de inflexiune. Cazul $(\partial p/\partial V)_T$ negativ şi mare în valoare absolută corespunde stării lichide ($V < A$ pe fig. 26, a); pentru $V > E$ avem $(\partial p/\partial V)_T$ tot negativ, dar mic şi corespunde stării gazoase. Ambele aceste stări sînt stabile, pe cînd pentru $V \in (B, D)$ — instabile. În cazul în care V se află în (A, B) şi (D, E), sistemul este în echilibru stabil, dar nu are energia liberă F cea mai mică, sistemul numindu-se în stare de fluid supraîncălzit şi, respectiv, de vapori suprasaturaţi. În fig. 26, b regiunea dintre liniile binodală (care uneşte punctele de echilibru lichid-gaz) şi spinodală $[(\partial p/\partial V) = 0]$ corespunde situaţiei cînd sistemul prezintă cele două faze (lichidă şi gazoasă) care coexistă. În fig. 26, c este dată diagrama de fază caracteristică proceselor de tranziţie de fază de ordin întîi, al căror prototip este tranziţia lichid-gaz. Mărimea λ este parametrul de ordine care în cazul acestei ultime tranziţii este $\rho - \rho_c$, unde ρ este densitatea, iar ρ_c — densitatea critică. Coexistenţa celor două faze s-a tradus în diagrama din fig. 26, c prin existenţa a două minime diferite ale curbei $F = F(\lambda)$; totuşi ea corespunde unei tranziţii continue, spre deosebire de cazul tranziţiei discontinue, caracterizate de o diagramă de fază de tipul celei din fig. 26, d.

Dînd noţiunii de fază sensul din teoria sistemelor dinamice, noţiune care nu se mai referă la starea de agregare a unui sistem termodinamic, ci la tipul unui sistem dinamic matematic, corespunzător, sinergetica studiază tranziţii

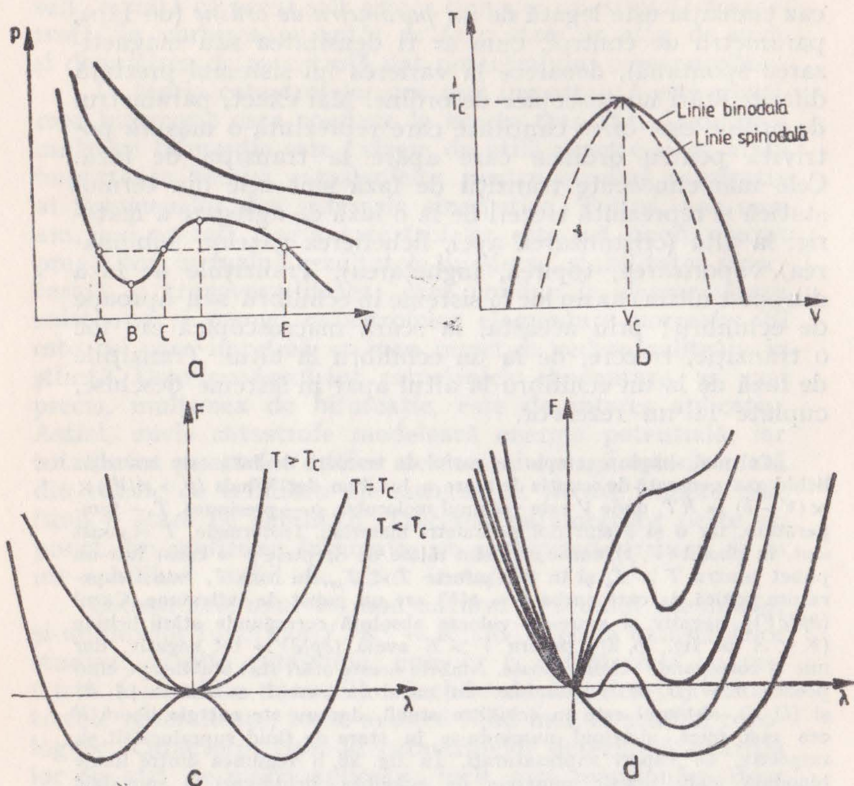


Fig. 26.

de fază în sens mai larg şi acestea au loc în toate sistemele sinergetice. Şi în acest cadru tranziţiile de fază sînt fie continue, fie discontinue. Cele discontinue corespund unei bifurcaţii de echilibre statice din alte echilibre statice, de procese staţionare din echilibre statice, de procese periodice în timp din procese staţionare (acest din urmă caz corespunzînd bifurcaţiei Hopf) sau de procese nestaţionare de tipuri mai generale din procese tot nestaţionare, dar de tipuri mai simple. Convecţia termică staţionară este o tranziţie de fază discontinuă, deoarece la apariţia ei un

echilibru static este înlocuit de un proces staționar, pe cînd înlocuirea unui tip de vîrtejuri Couette—Taylor cu alt tip de astfel de vîrtejuri este o tranziție de fază continuă.

Cadrul sinergeticii, lărgit față de cel al termodinamicii, îi permite să studieze atît tranziții de fază în sisteme sinergetice în echilibru (nu neapărat termodinamic) sau aproape de echilibru, dar și tranzițiile de fază în sisteme departe de echilibru, acest ultim caz fiind cel de interes major pentru sinergetică. Tranzițiile de neechilibru apar la sistemele deschise cuplate la mai multe rezervoare, schimbarea parametrilor diferitelor rezervoare putînd induce tranziții între diferite stări de echilibru. Acestea se numesc chiar *tranziții de fază în neechilibru*. În diagrama lor de fază în loc de energia liberă din fig. 26 vor apărea anumite potențiale care vor servi la calculul unei anumite funcții de repartiție de probabilitate, cu ajutorul acestei funcții realizîndu-se modelarea matematică la scară microscopică. În toate tranzițiile de fază în neechilibru deosebit de importantă este prezența fluctuațiilor aleatoare, care reclamă un aparat probabilist al studiului tranzițiilor de fază.

Dintre tipurile de tranziții de fază departe de echilibru în fizică menționăm formarea perechilor electron-gol în semiconductori puternic excitați cu laser și tranziții între diferite stări de neechilibru în sisteme optice, ca de exemplu bistabilitatea optică (în legătură cu care apare și un comportament haotic al soluțiilor ecuațiilor ce o modelează).

Frecvența mare a tranzițiilor de fază în fizică și anume în teoria cuantică a cîmpurilor, termodinamică, teoria statistică, fizica solidului (tranziții de la stări ordonate magnetice la stări dezordonate, apariția feromagnetismului, apariția supraconductibilității), fizica stărilor lichide, cristale lichide a condus la formarea unei discipline „Tranziții de fază și fenomene critice" ; aceasta studiază trecerea de la o fază termodinamică la alta prin variația presiunii, temperaturii sau a altor parametri, trecerea care se realizează cînd aceștia depășesc o *valoare critică*. Fenomenele care au loc în vecinătatea valorii critice se numesc fenomene critice și sînt legate de o rupere de simetrie a fazelor unui proces.

De exemplu, aproximația cîmpului moleculelor în teoria macroscopică de tip cuantic a tranzițiilor de fază [3]

bazată pe ruperea simetriei (tranziţia paramagnet-feromagnet în modelul lui Heisenberg şi de bandă, tranziţia stare normală—stare excitonică, tranziţia stare normală—stare supraconductoare şi tranziţia Peierls). După această teorie tranziţia de la starea normală la o stare ,,condensată'' este caracterizată de apariţia spontană a unei ordini microscopice de distanţă şi prin ruperea simetriei. Această teorie explică tranziţiile de fază din cazul feromagnetului localizat, feromagnetului itinerant, antiferomagnetului itinerant şi a supraconductorului. Ideea explicării tranziţiei de fază printr-o rupere de simetrie aparţine lui Landau (1937) şi este una dintre cele mai profunde în teoria sistemelor sinergetice. Dintre alte exemple de ruperi de simetrii la trecerea de la o fază la alta menţionăm convecţia Bénard, încovoierea barelor în cazul studiat de Euler, oscilaţiile chimice.

5. EXEMPLE DE SISTEME SINERGETICE

5.1. SISTEME MECANICE

În funcţie de fenomenul pe care-l urmărim într-un sistem material, acel sistem va fi modelat ca sistem format din puţine puncte materiale sau din foarte multe astfel de puncte. Într-adevăr, infinitatea lumii materiale în macro- şi microcosmos face ca ,,numărul'' componentelor unui sistem material să aibă sens numai cînd ne referim la un anumit fenomen din el. De exemplu, pentru mişcarea Căii Lactee, Pămîntul este tot atît de neînsemnat ca şi o picătură de apă într-un ocean ; dacă studiem mişcarea mecanică a Pămîntului în cadrul sistemului solar, atunci, într-o primă aproximaţie, Pămîntul se modelează printr-un singur punct material. În această modelare nu interesează porţiunile din Pămînt, cum ar fi învelişurile sale (atmosfera, ionosfera) sau diferitele straturi mari ale sale (nucleul, mantaua), sau, încă straturile mai mici geologice. În schimb, dacă dorim să studiem mişcarea aerului pe continent, unele dintre aceste părţi ale sale trebuie avute în vedere. Pe măsură ce fenomenul legat de Pămînt priveşte o scară mai mică, punctele materiale prin care se modelează Pămîntul devin mai numeroase, ajungînd infinit de multe la scara dimensiunilor noastre. Se numesc *sisteme mecanice* acele modele ale sistemelor materiale care sînt compuse din puncte materiale sau aşa-numitele solide rigide (nedeformabile) şi a căror mişcare este descrisă de mecanica clasică a lui Newton. Această modelare este cea mai simplă şi cea mai des întîlnită în aplicaţiile (directe) din tehnică. Modelări mai bune se obţin prin luarea în consideraţie a influenţei temperaturii, cîmpurilor electric şi magnetic,

deformabilității corpului etc., prin folosirea unor modele mai complexe din teoriile statistice sau fenomenologice ale sistemelor cu numeroase microcomponente. De exemplu, un avion poate fi modelat ca un punct material, ca o bară rigidă, ca o bară elastică, forma („geometria") sa putînd fi modelată fie printr-o suprafață cilindrică, fie printr-o suprafață compusă din fuselaj și aripi, fie printr-o suprafață care ține seama de toate detaliile exterioare ale avionului. Mișcarea aerului din jurul avionului admite și ea o mulțime de modelări în funcție de scopul pentru care este atașată o modelare sau alta (calculul preliminar al performanțelor, calcul economic, proiectare etc.). Majoritatea sistemelor alcătuite din multe componente (aer, cauciuc, lumină) pot fi modelate atît ca *medii continue*, cît și ca *sisteme discrete* (adică de puncte materiale separate unul de altul), fiecare dintre aceste modelări avînd avantajele și deficiențele sale.

Sistemele sinergetice sînt de regulă sisteme cu numeroase microcomponente, studiul rezultatului autoorganizării acestor microcomponente (apariția bruscă a structurilor macro) formînd corpul central al sinergeticii. Cu toate acestea, sinergetica se referă și la sisteme mecanice care, deși sînt compuse din puține componente (atenție, modelarea a impus un număr mic de anumite componente, în realitate sistemele materiale corespunzătoare au numeroase componente de alt tip), totuși mișcarea lor mecanică prezintă aspecte matematice (instabilități, bifurcație, haos), comune cu acelea ale sistemelor multicomponente. Era firesc să se întîmple așa, deoarece modelul matematic al mișcării mecanice este sistemul dinamic (finit dimensional), iar al fenomenelor ce au loc în sistemele multicomponente — tot sistemul dinamic (dar infinit dimensional). Unul dintre cele mai simple exemple îl constituie flutterul corpurilor elastice (aripi de avioane, suprafețele sale de control) în curent de aer. El constă din oscilații de mari frecvențe care iau naștere printr-o bifurcație Hopf de soluții periodice în timp din soluții constante ale unor ecuații diferențiale ordinare de ordin doi neliniare, atașate sistemului dinamic finit dimensional ce modelează mișcarea mecanică a avionului. Aceste soluții sînt de exemplu perechi (α, h),

unde α este incidența profilului aripii, iar h — deplasarea față de poziția corespunzătoare soluțiilor constante. Această bifurcație ia naștere cînd soluția constantă își pierde stabilitatea față de perturbații periodice, datorită forțelor aerodinamice ce acționează asupra structurii elastice. Parametrul de control λ al problemei este (U, ω), unde U este viteza avionului, iar ω — frecvența. Problema flutterului este mult studiată în tratatele de aeroelasticitate. Această disciplină are un statut aparte în sensul că ea ar trebui să aparțină mecanicii continuumurilor (în care se studiază mișcarea fluidelor în jurul corpurilor elastice). Din păcate, dificultățile matematice fac ca aeroelasticitatea să fie o disciplină tehnică în sensul de mai înainte în care caracteristicile mișcării sînt cîmpuri omogene (nu depind de variabilele spațiale) și depind doar de timp. Pe de altă parte, deși modelele sale sînt ca acelea ale mecanicii rigidelor, totuși, forțele care induc mișcarea accelerată sînt rezultatele unor forțe aerodinamice furnizate de mecanica fluidelor, știință a unui sistem cu infinit de multe componente. Aceeași situație are loc și în cazul mecanicii navelor, deoarece și aici elasticitatea și mecanica fluidelor furnizează informații globale pentru o problemă de mecanica sistemelor mecanice (rigidelor). De aceea *flutterul* și problema *stabilității navelor* au fost tratate în cadrul sistemelor mecanice (rigide). Stabilitatea navelor este o problemă practică de primă importanță în construcția navală, instabilitatea transversală ducînd la răsturnarea vasului, iar cea longitudinală la ruperea sa. Primul tip de instabilitate poate apărea cînd nava are o mișcare de ruliu (în jurul axului vasului), iar cea de-a doua cînd nava foarte lungă (de exemplu, un petrolier gigant) are o mișcare de tangaj. În cea mai simplă modelare nava este asimilată cu o bară rigidă, nedeformabilă, mărginită de o suprafață cilindrică, de secțiune transversală constantă în lungimea navei (ceea ce revine la neglijarea influenței provei și pupei, ipoteză justificată mai ales la navele lungi). De asemenea, pentru o primă estimare se consideră problema statică a diferitelor tipuri de echilibre. Modelări mai perfecționate includ tridimensionalitatea problemei (secțiunile nu mai sînt considerate neschimbate în lungul navei), mișcarea navei este staționară sau nesta-

ţionară, vasul însuşi fiind considerat un corp elastic. Fiecare dintre aceste modelări geometrice şi mecanice este adecvată unui anumit tip de vas (de pasageri, de luptă, de mărfuri, de agrement, de concurs etc.), tipul de echilibru sau mişcare corespunzînd unui anumit fel de funcţionare a navei. Chiar în cazul cînd nu se ia în consideraţie elasticitatea navei, energia sa potenţială este o formă normală (catastrofă) de diferite tipuri după ecuaţia care descrie fundul vasului : la trecerea parametrilor peste mulţimea bifurcaţie corespunzătoare nava se răstoarnă.

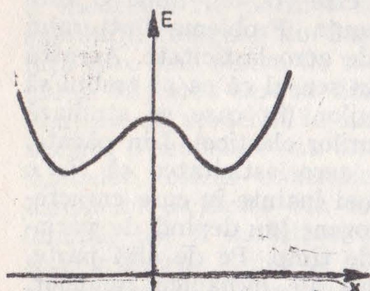


Fig. 27.

Un alt exemplu de sistem mecanic simplu este bila într-un mediu accidentat (deluros). Funcţia energiei sale potenţiale (care reprezintă şi ecuaţia dealului) $E(\lambda, x) = \frac{1}{4} x^4 - x^2 - (2\lambda - 4)x + 9$ care depinde de un parametru λ, pentru o anumită valoare a acelui parametru ($\lambda = 2$) are forma din fig. 27. Problema găsirii punctelor de echilibru ale poziţiei bilei revine la rezolvarea ecuaţiei $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x = x^3 - 2x - (2\lambda - 4) = 0$, ale cărei soluţii sînt aşezate pe o curbă sub formă de S ca aceea din fig. 20. Punctele de pe ramurile de sus şi de jos reprezintă echilibre stabile, iar cele dintre punctele de bifurcaţie — echilibre instabile, trecerea de la un echilibru stabil la altul, tot stabil, fiind continuă pentru anumite valori ale lui λ şi prezentînd un salt pentru două valori critice $\lambda = 2 \pm \frac{2}{9}\sqrt{6}$. În fig. 28 echilibrele instabile vor fi notate punctat şi ele reprezintă vîrfuri de deal, iar echilibrele stabile vor fi puncte de pe linia subţire şi reprezintă văi. O configuraţie a unui astfel de peisaj deluros este dată în fig. 29, corespunzătoare fig. 28 ; ea are următoarea interpretare neobişnuită : dacă parcurgem acest peisaj deluros în sensul creşterii lui λ, atunci

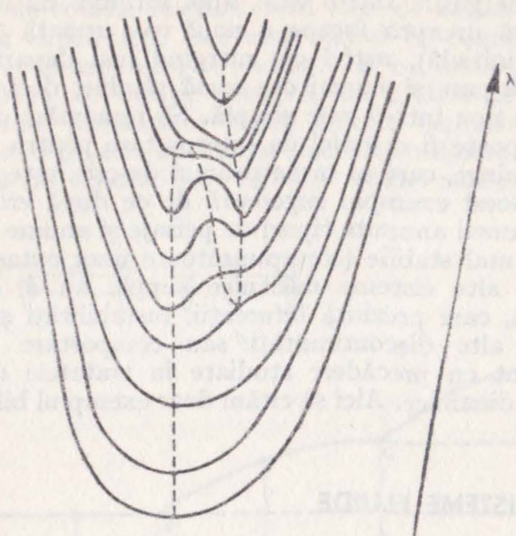


Fig. 28.

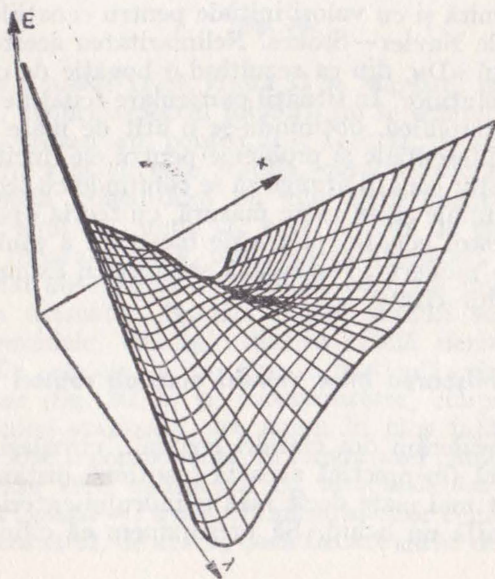


Fig. 29.

mai întîi ne găsim într-o vale, apoi întîlnim un deal pe a cărui pantă dreaptă începe o nouă vale urmată de panta originală (inițială), astfel că, mergînd mai departe, valea originală dispare și numai cea nouă rămîne, deci la sfîrșit sîntem din nou într-o vale simplă. Să remarcăm cît de interesantă poate fi o astfel de interpretare pentru geologie, în care o minge, care ar urma drumul descris, este o bucată de rocă. Acest exemplu sugerează de ce după eroziune se întîlnesc numai anumite tipuri de peisaje și anume cele care sînt structural stabile (corespunzătoare unor catastrofe).

Multe alte sisteme mecanice simple au o dinamică complicată, care prezintă bifurcații, instabilități și diferite tipuri de alte discontinuități sau comportare haotică; acestea sînt cu precădere studiate în tratatele de teoria sistemelor dinamice. Aici să cităm doar exemplul biliardului.

5.2. SISTEME FLUIDE

Mișcarea fluidelor este modelată matematic de o problemă la limită și cu valori inițiale pentru ecuațiile cu derivate parțiale Navier—Stokes. Neliniaritatea acestor ecuații este de tipul *u*D*u*, din ea rezultînd o bogăție de comportamente ale soluțiilor. În situații particulare ecuațiile Navier—Stokes se simplifică, obținîndu-se o atît de mare varietate de ecuații diferențiale și probleme pentru ele, încît, practic, analiza acestor ecuații ajunge să se confunde cu teoria ecuațiilor diferențiale și, în mare măsură, cu teoria operatorilor. Studiul acestor ecuații, piatra de încercare a multor teorii matematice moderne, furnizează sinergeticii exemple tipice cele mai des citate.

5.2.1. Mișcarea între cilindri coaxiali rotitori

Să considerăm doi cilindri coaxiali, circulari, de lungime infinită (în practică aceasta înseamnă distanța dintre capete mult mai mare decît raza cilindrului exterior); între aceștia se află un lichid. Să presupunem că cilindrii au o

mişcare de rotaţie relativă unul faţă de celălalt; în particular, în experiment este mai comod ca cilindrul exterior (de obicei transparent) să fie fixat, iar cel interior se roteşte. Cînd viteza de rotaţie relativă, unghiulară Ω este mică, traiectoriile particulelor fluide descriu cercuri concentrice cu centrele pe axa cilindrilor; această mişcare se numeşte *mişcarea lui Couette între cilindri rotitori* sau, simplu, *mişcarea lui Couette*.

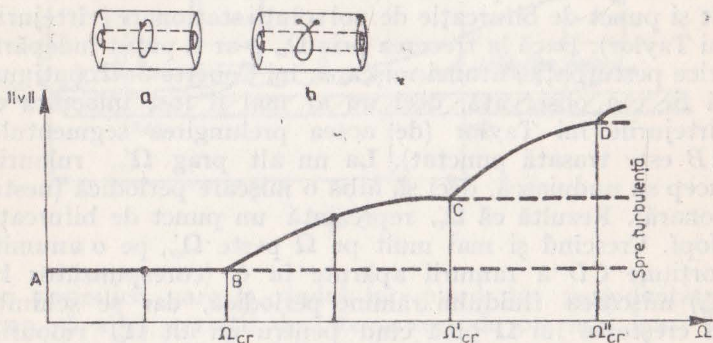


Fig. 30.

carea lui Couette. Dacă viteza Ω se măreşte, menţinîndu-se sub $\Omega_{cr'}$, atunci aspectul mişcării nu se schimbă. Ecuaţiile Navier—Stokes au pentru $0 < \Omega < \Omega_{cr}$ o singură soluţie staţionară $\mathbf{v}$ şi ea este stabilă, caracteristicile cantitative ale acesteia concordînd cu cele experimentale. Cînd Ω atinge pragul Ω_{cr}, unde Ω_{cr} este punctul de pierdere a stabilităţii liniare a lui $\mathbf{v}$, mişcarea caracterizată de soluţia $\mathbf{v}$ nu se mai observă în experienţă, aspectul mişcării schimbîndu-se dramatic. Spaţiul dintre cilindri se împarte în *celule* toroidale, fluidul dintr-o celulă nemaicomunicînd cu cel din celulele vecine, fiecare particulă avînd traiectoria pe un tor (fig. 30, b) şi, corespunzător, cîmpul de viteze, care rămîne staţionar, are acum în plus faţă de situaţia din fig. 30,a o componentă în lungul axei cilindrilor. Această mişcare este cunoscută ca *vîrtejurile lui Taylor* sau *mişcarea Couette—Taylor*. Numărul acestor celule şi mărimea lor *variază cu* Ω, de aceea, dacă fiecare astfel de mişcare este

reprezentată în diagrama de bifurcație printr-un punct, atunci succesiunea acestor mișcări, o dată cu creșterea lui Ω, se reprezintă printr-o curbă BC care nu mai este paralelă cu axa $O\Omega$ (paralelismul însemnînd o succesiune de mișcări de același fel, deci o singură mișcare, așa cum se întîmplase pe porțiunea AB, deci pentru $\Omega<\Omega_{cr}$). Fiecare dintre aceste mișcări este stabilă. Continuumul de soluții reprezentat de BC a apărut la pragul Ω_{cr}, care este atît punct de pierdere a stabilității mișcării lui Couette, cît și punct de bifurcație de noi soluții staționare (vîrtejurile lui Taylor). Dacă la trecerea prin Ω_{cr} s-ar fi putut îndepărta orice perturbație, atunci mișcarea lui Couette ar fi continuat să fie cea observată, deci nu ar mai fi fost înlocuită cu vîrtejurile lui Taylor (de aceea prelungirea segmentului AB este trasată punctat). La un alt prag Ω'_{cr}, rulourile încep să unduiască, deci să aibă o mișcare periodică (nestaționară). Rezultă că Ω'_{cr} reprezintă un punct de bifurcație Hopf. Crescînd și mai mult pe Ω peste Ω'_{cr}, pe o anumită porțiune CD a ramurii apărute în C (corespunzător lui Ω'_{cr}) mișcarea fluidului rămîne periodică, dar se schimbă cu creșterea lui Ω pînă cînd pentru un alt Ω''_{cr} rulourile și deci mișcarea nestaționară din ele din periodică devine cvasiperiodică. În sfîrșit, pentru Ω mult mai mari mișcarea fluidului devine haotică și în cele din urmă turbulentă. În acest fel schimbarea aspectului mișcării fluidului între cilindri rotitori, cînd parametrul de control Ω crește, se datorește unei *ierarhii de instabilități*, adică unei succesiuni de bifurcații de noi soluții, cele vechi devenind instabile în punctele de bifurcație.

Mișcările între cilindri, ca și mișcările convective, ale căror modele matematice sînt foarte asemănătoare, au un caracter global, în sensul că modificarea mișcării are loc brusc în toată masa de fluid. Spre deosebire de acestea, mișcările în stratul limită de pe placa plană au un caracter fin, local, zone de laminaritate și tranziție coexistînd cu porțiuni de fluid animate de mișcarea turbulentă. Una dintre cele mai intuitive schematizări a acestui fapt este dată în fig. 31. În aceasta se arată că dacă un curent de fluid atacă, dinspre stînga, o placă plană paralelă cu acel curent, care se întinde pînă la infinit în avalul curgerii (adică

spre dreapta figurii), atunci de la stînga la dreapta, corespunzător creșterii parametrului de control (care este numărul lui Reynolds local), se succed mișcări staționare stabile, apoi acestea devin instabile datorită amplificării unor perturbații sub formă de anumite moduri sau miș-

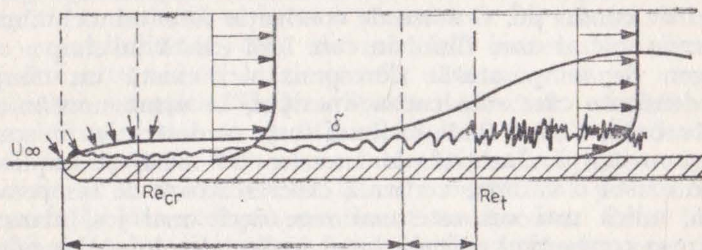


Fig. 31.

cări periodice, care la rîndul lor pierd din periodicitate, încep să aibă variații de cîteva zeci de ori mai mari la anumiți timpi față de alții, apoi, și mai spre dreapta, apar „spoturile turbulente" care sînt oaze de turbulență înconjurate de zone laminare. Aceste pete turbulente curg ca sloiurile de gheață în aval, astfel că în anumite puncte din fluid mișcarea trece de la regimul laminar la turbulent cînd apare spotul și de la turbulent la laminar cînd spotul deja părăsește acel punct. La această mișcare trecerea spre turbulență este de obicei explicată printr-o amplificare continuă a perturbațiilor pînă la transformarea lor în fluctuații turbulente.

Revenind la mișcarea între cilindri, menționăm că s-a constatat experimental un fenomen de dublare a perioadei ca în scenariul lui Feigenbaum. De asemenea, cînd cilindrii nu sînt prea lungi, atunci, în loc de un singur parametru de control, experiența arată că trebuie să fie doi și anume apare în plus lungimea cilindrilor, iar tipul de bifurcații care au loc este asemănător cu cel al ecuației (2.1) a suprafeței catastrofă.

5.2.2. Convecția termică

Explicația formării structurilor spațiale și temporale în fluidele supuse unor variații de temperatură este tot o ierarhie de instabilități. De aceea, aici prezentăm tipurile principale de convecție termică. Mișcarea de convecție este acea mișcare care ia naștere în urma instabilității unei stări de conducție. O stare de conducție este un echilibru macroscopic al unui fluid, în care însă există un cîmp neomogen de temperatură. Corespunzător, există un cîmp de densitate care este cauza apariției, în urma unei mici perturbații, a unor forțe în fluid, forțe ce determină mișcarea convectivă, însoțită de transfer de masă și impuls. Cînd există o variație verticală descrescătoare de temperatură, adică mai sus este mai rece decît mai jos, atunci apare o convecție verticală în urma forțelor lui Arhimede. Într-adevăr, fluidul mai cald de jos are o densitate mai mică decît cel de sus, astfel că el este mai ușor decît cel de sus și deci va fi împins în sus cu o forță proporțională cu diferența de densitate a fluidului de sus față de cel de jos, similar cu împingerea unui corp scufundat în apă, corp ce are o densitate mai mică decît a apei. Convecția termică este cea datorată temperaturii. Există și convecție gravitațională datorită unei concentrații mai mari sus și mai mici jos. Dacă o soluție cu o astfel de repartiție de densități este în repaus, atunci o mică perturbație destabilizează acea stare de repaus și apare o mișcare verticală de convenție. De aceea, concentrația sării în apele mărilor și oceanelor crește în jos. Există și convecția electro-magnetică în care o distribuție instabilă de densități este datorită prezenței unui cîmp electromagnetic într-un fluid conductor. De un astfel de fenomen trebuie să se țină seama în generatoarele magnetohidrodinamice. Convecția este orizontală, dacă diferențele de densitate sînt în plane orizontale. Convecția termică este unul dintre cele mai întîlnite fenomene în natură și care conferă mecanicii fluidelor o importanță aparte în meteorologie, oceanografie și astrofizică. În particular, brizele marine și montane, vînturile periodice, uraganele, cicloanele, tornadele, mișcările mărilor, ale marilor mase de aer continentale

către poli și uator sînt fenomene de convecție termică. Cînd mișcările convective sînt periodice în spațiu, dar staționare în timp, ele corespund ramurii *BC* (fig. 30) din cazul mișcării lui Couette. Cînd devin cicloane, deja acestea sînt periodice sau cvaziperiodice în timp și corespund ramurilor *CD*; în sfîrșit, în urma unor gradienți mari de temperatură (parametri de control), convecția devine o mișcare turbulentă ca aceea a atmosferei. În această situație previzibilitatea dată de modelele matematice deterministe este redusă la timp mic, sistemul dinamic corespunzător ecuației Navier—Stokes depinzînd sensibil de date. Și aceasta este cu atît mai redusă, cu cît datele sînt mai depărtate de data ce ne interesează. În speță, o dată inițială ar fi starea vremii la un moment dat pe o mare suprafață, de exemplu continent sau ocean. Cum însă stații meteorologice există foarte puține în unele zone, iar în altele deloc, rezultă că datele pe care le furnizează cele existente, completate cu extrapolări ale lor în locurile în care nu se dispune de date, prezintă abateri mari față de situația reală, care ar constitui data inițială a soluției pe care o așteptăm. Drept urmare, sistemul dinamic va da un răspuns care după un timp scurt repede se va depărta de soluția reală. Aceasta din cauza imposibilității predictibilității pe *termen lung* a stării vremii. Să ne amintim că modelul lui Lorenz, a cărui dinamică celebră este tipică pentru sinergetică, a fost propus în meteorologie. În turbulența atmosferică existența unei distribuții de vîrtejuri de scară foarte diferită (mergînd de la 1 mm la cîteva mii de km) îngreunează considerabil elaborarea de modele adecvate. De aceea, în meteorologie sînt deja în studiu multe alte modele, investigația acestora făcîndu-se atît numeric, cît și cu puternicele aparate ale topologiei diferențiale [6].

În fig. 32 se arată tipul convecției termice corespunzător punctelor din planul (Pr, Ra) al parametrilor de control (Pr — numărul lui Prandtl, Ra— numărul lui Rayleigh). Această figură este mai completă decît fig. 4, deoarece aici sînt luați în considerație doi parametri de control. Liniile ce separă deferitele regiuni din planul (Pr, Ra) sînt praguri de bifurcație, la trecerea lor mișcarea

schimbîndu-se brusc. Fiind legat de bifurcaţia soluţiilor unor ecuaţii cu derivate parţiale, acest grafic este mult mai complicat decît fig. 19 ce corespundea unei ecuaţii algebrice, dar principial explicarea fenomenelor pe baza lui este aceeaşi.

Pe cazul convecţiei se exemplifică aşa-numitul fenomen de *rupere de simetrie*, constînd în modificarea proprietăţilor de simetrie spaţială a fazelor la trecerea peste pragurile de pierdere de stabilitate prin bifurcare de noi faze, adică dacă înainte de atingerea unui prag, de exemplu, caracteristicile mişcării erau periodice în x, y şi z, după trecerea lui rămîne simetria doar în x şi y. Aceste simetrii depind de forma şi mărimea pereţilor ce mărginesc fluidul şi de parametrii de control ai mişcării. Astfel, în convecţia termică, fluidul se structurează în celule hexagonale, pătratice sau circulare (corespunzătoare rulourilor şi modelînd străzile de nori ale atmosferei etc.).

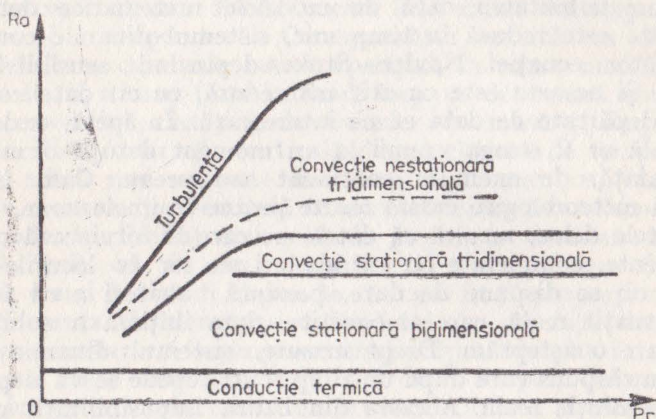


Fig. 32.

Convecţia poate fi mult influenţată de rotaţie, aceasta avînd loc în cazul apelor mărilor şi oceanelor sau a atmosferei terestre sau de pe alte corpuri cereşti ; aceasta se numeşte convecţie de rotaţie şi ea este deosebit de impor-

tantă în geofizică și astrofizică. De exemplu, mișcarea de pe planeta Jupiter este turbulentă și bidimensională, undele solitare din ea fiind undele de tip soliton ale lui Rossby. Ele sînt soluții ale ecuației Korteweg—de Vries și explică pata roșie de pe planeta Jupiter. Alte mișcări turbulente bidimensionale sînt mișcările convective ale curentului Groenlandei de Est, constatate din satelitul Landsat. Acestea iau naștere în urma unei instabilități termice și de rotație (numită *instabilitate baroclinică*), prin care se realizează conversia energiei termice în energie cinetică. Un mecanism analog explică circulația atmosferei la scară mare datorită încălzirii diferite a Pămîntului între ecuator și poli.

Și în cazul convecției s-a pus în evidență dublarea de perioadă. În anumite situații, bine stabilite experimental, pot apărea, în locul rulourilor sau hexagoanelor, pătrate sau formațiuni celulare „varicoase". Toate acestea arată marea varietate a structurilor spațiale și temporale ale fluidelor în cazul convecției termice. O direcție nouă, în special experimentală, dar și numerică, în studiul structurilor este aceea a unor efecte nestaționare : urcarea dizlocărilor în aceste structuri care corespunde diferitelor mecanisme ale lungimii de undă ale diferitelor structuri. Se studiază, de asemenea, influența mediului poros asupra convecției, convecția în cristale lichide nematice, celulele Hele-Shaw (ca degete într-un canal) importante în exploatările petroliere, efectul Marangoni (convecția indusă de interacțiuni termomecanice care iau naștere prin tensorul tensiunilor, cum ar fi convecția indusă de tensiunea de suprafață).

Structurile celulare din convecțiile termice sînt de importanță fundamentală în multe fenomene naturale și în tehnică. Granulația solară, mișcarea continentală de plutire, ca și rezervoarele geotermice sînt legate de convecția naturală. În tehnică menționăm : cristalele lichide, fronturile de solidificare, instabilitatea stratului limită.

5.2.3. Mişcări de recirculare

În anumite condiţii, în domeniul de mişcare al fluidelor în jurul corpurilor solide se formează regiuni distincte, în interiorul cărora fluidul se mişcă ca şi cînd frontiera de separaţie S între acele regiuni şi restul fluidului ar fi o suprafaţă solidă. Aceste regiuni se numesc *zone de recirculare,* deoarece în ele fluidul se mişcă, lîngă frontiera de separaţie, în acelaşi sens ca şi mişcarea din exteriorul

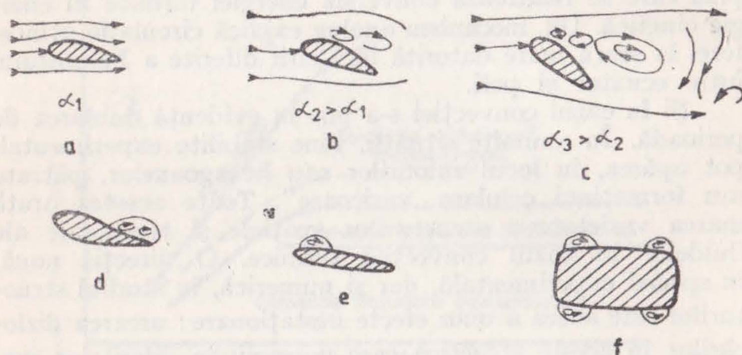


Fig. 33.

zonei, iar departe de frontiera S — în sens contrar. Rezultă că o particulă fluidă din interiorul zonei parcurge anumite porţiuni ale traiectoriei sale în sensul curentului exterior, iar apoi se întoarce, de unde şi numele de *mişcări de întoarcere* atribuit mişcărilor din zonele de recirculare. În general, mişcările de recirculare sînt turbulente şi sînt foarte puţin investigate. Zonele de recirculare sînt închise sau deschise, după cum S este mărginită sau se întinde pînă la infinit. Zonele de recirculare închise se mai numesc şi *bule*; ele se formează, de exemplu, pe profilele aripilor de avion şi pe vagoanele de metrou în urma desprinderii stratului limită. În fig. 33 este schiţată o parte a spectrului mişcării (aspectul liniilor de curent) în jurul unui profil de aripă de avion la trei unghiuri de incidenţă α; se constată că, la trecerea lui α peste un anumit prag, pe profil apare o bulă, apoi mai multe, după alt prag zona de recirculare deschizîndu-se. Zonele de recirculare deschise

se numesc *dîre* şi deci sînt regiunile din spatele corpurilor care înaintează prin fluid. În fig. 33,d este reprezentată o bulă de bord de fugă pe un profil de aripă gros, iar în fig. 33,c o bulă de bord de atac pe un profil de aripă îngust. Pe vagoanele de metrou se formează bule lîngă partea din faţă a vagonului (fig. 33,f). Formarea şi evoluţia bulelor, locul, numărul şi forma lor depind, în afara lui α, şi de alţi parametri de control, cum ar fi viteza U_∞ de la mari distanţe din aval cu care curentul atacă profilul (sau, echivalent, viteza U_∞ de înaintare a avionului) şi forma profilului. Prezenţa bulelor şi a dîrelor are ca efect necesitatea unui consum mai mare de energie decît în cazul absenţei acestor zone. Legat de prezenţa bulelor pe aripi este fenomenul (cunoscut sub denumirea de stalling) care constă în căderea bruscă a avionului datorită scăderii rapide a forţei de portanţă; el este foarte periculos, de aceea controlul lui este necesar pentru securitatea zborului. Probabil că formarea structurilor spaţiale din bule şi dîre apare în urma unei bifurcaţii şi a unei pierderi de stabilităţi, analog cu cazul mişcărilor între cilindri şi de convecţie. Zone de recirculare închise apar şi între clădirile din oraşe, pe autovehicule şi în spatele lor, în spatele coşurilor vapoarelor, studiul şi controlul lor avînd un rol important în urbanistică şi construcţii de mijloace de transport. Actualmente nu există un astfel de studiu teoretic, ci numai experimental, iar în ultimul timp se încearcă simulări numerice. În orice caz, vederea globală pe care o dă sinergetica sugerează tipul fenomenelor la care ne putem aştepta, rămînînd ca estimările cantitative să fie date de experienţe sau de calculator. Una dintre preocupările actuale este modelarea matematică a dîrelor ca o ierarhie de bifurcaţii, în care parametrul de control să fie numărul Reynolds, sau, echivalent (dacă fluidul nu-şi schimbă proprietăţile şi este vorba despre un acelaşi corp, deci de aceeaşi lungime caracteristică), viteza curentului de la infinit amonte. Cea mai simplă dîră este cea din urma unui cilindru circular, infinit de lung, atacat de un curent perpendicular pe axa acestuia, astfel că mişcarea fluidului din jurul cilindrului poate fi considerată ca avînd loc într-un plan. Pentru acest caz simpu au fost obţinute experimen-

tal anumite tipuri de mișcări corespunzătoare diferitelor valori ale lui Re (fig. 34), deci puncte de bifurcație de noi soluții periodice (Re $\approx$ 10), de soluții de tip aleea lui Kármán (Re $\approx$ 20) etc. Dintre formațiunile spațiale formate cea mai interesantă, datorită periodicității sale, este aceastä alee a lui von Kármán (a cărei schemă mai detailată

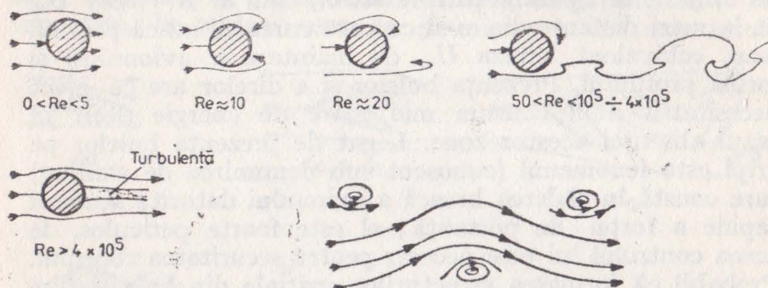


Fig. 34.

este dată de ultima diagramă din fig. 34), care corespunde formării și desprinderii unor vîrtejuri alternativ de pe partea de sus sau de jos a cercului de secțiune, aceste vîrtejuri rămînînd în dîra corpului.

5.3. SISTEME ELASTICE

Echilibrul și mișcarea sistemelor elastice (fire, bare, membrane, plăci) sînt descrise de probleme la limită și/sau cu valori inițiale pentru sisteme de ecuații diferențiale neliniare ce depind de parametri și ale căror soluții prezintă multe dintre comportamentele caracteristice problemelor neliniare: soluții multiple, inexistența soluției, bifurcație, instabilitate. Să prezentăm pe cele mai simple, considerînd numai cazul deplasărilor și deformațiilor simetrice.

De exemplu, să presupunem că asupra unui fir inextensibil, de lungime $2L$, situat într-un plan xOy și ale cărui capete pot aluneca pe dreapta $y = a$, acționează o forță

paralelă cu Oy şi, ca urmare, firul, iniţial de-a lungul lui $y = a$, se deplasează faţă de $y = a$ pînă atinge o poziţie de echilibru definită de curba de ecuaţie $y = y(x)$. Funcţia $y : [-l, l] \to R$, $y = y(x)$ este soluţia unei probleme bilocale pentru o ecuaţie diferenţială ordinară de ordin doi, neliniară. Presupunînd că L este fixat, se constată că această problemă, ca şi soluţia $y(x)$, depinde de parametrul $2l$ (distanţa dintre capetele firului) şi de a. Firul fiind inextensibil, este necesar ca $L > l$ (altfel, fizic, problema nu are sens). În acest caz există trei soluţii $y(x)$: una stabilă şi două instabile.

Dacă firul este considerat avînd doar o singură dimensiune, atunci deplasarea $y(x)$, paralelă cu Oy, a punctului x este soluţie a unei probleme bilocale pentru o ecuaţie integrodiferenţială care depinde de forţa aplicată, de lungimea firului, de distanţa dintre capetele firului şi de un alt parametru care nu influenţează existenţa şi numărul soluţiilor. Cînd distanţa dintre capetele firului este mai mare decît lungimea firului nesupus acţiunii forţei, deci cînd firul elastic a fost întins, problema menţionată are o singură soluţie, care modelează echilibrul acelui fir. Cînd are loc o comprimare, distanţa dintre capetele firului mişcîndu-se în urma aplicării forţei, există trei soluţii, deci trei echilibre.

Dacă firul este alcătuit dintr-un alt material care are proprietăţi elastice, dar mai complicate (decît cele conţinute în legea lui Hooke care leagă liniar tensiunile de deplasări şi care caracterizează mediile liniar elastice), atunci echilibrul firului este caracterizat de două deplasări (una axială u şi alta verticală w) şi ele depind de x. În acest caz u şi w satisfac un sistem de două ecuaţii şi mai complicate, al cărui tip se poate specifica doar cînd este dată forma ecuaţiei constitutive, analoagă legii lui Hooke, care leagă tensiunile $T > 0$ sau compresiunile $T < 0$ de deplasări. De asemenea, u şi w trebuie să satisfacă şi condiţii bilocale, în care apare un parametru ν. Pentru o anumită clasă destul de largă de legi constitutive se poate arăta că în cazul tensiunii, dacă soluţia (u, w) există, atunci ea este unică şi există pentru $-1 < \nu < \infty$. În schimb, dacă $\nu \geq 0$, nu există nici o soluţie de compresiune. Dacă $-1 < \nu < 0$, atunci există cel puţin două soluţii de compresiune pentru forţe mici care acţionează asupra sistemului elastic (firul) şi nici o soluţie de compresiune, dacă acea forţă este suficient de mare.

Deformaţia $y(x)$ a firelor inextensibile, dar neuniform elastice, studiată demult în teoria bifurcaţiei este descrisă de o problemă bilocală

$$\frac{d}{dx}\left(I(x)\frac{dy}{dx}\right) + \lambda \sin y(x) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = \frac{dy}{dx}(1) = 0, \text{ unde } y:[0,1]\to\mathrm{R},$$

$y = y(x)$, iar $I(x)$ este modulul de elasticitate. Diagrama sa de bifurcaţie este de tipul celei din fig. 35.

Se dispune de rezultate analoage celor prezentate, privind existenţa şi unicitatea sau multiplicitatea echilibrelor unei membrane circulare, liniar elastice, supuse acţiunii unor presiuni normale P. Astfel, tensiunea radială satisface o ecuaţie diferenţială ordinară, de ordin doi, neliniară, care depinde de un parametru, şi două condiţii la limită care mai introduc un parametru λ. De exemplu, dacă λ este tensiunea radială pe frontiera membranei (cercul), iar $P =$ = const pentru $0 > \lambda > \lambda_0$, problema nu are nici o soluţie, pentru $\lambda < \lambda_1$, ea are o soluţie; cînd $\lambda_{2n+2} < \lambda < \lambda_{2n}$, există 2^n soluţii, iar cînd $\lambda_{2n+1} <$ $< \lambda < \lambda_{2n+3}$, există 2^{n+3} soluţii. Aici $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_3, \ldots$ sînt anumite valori particulare ale lui λ, valori ce depind de datele problemei. Aceste rezultate arată că dacă pe frontieră este aplicată o tensiune de compresiune ($\lambda < 0$), iar presiunea normală P este suficient de mică, atunci există o singură soluţie de compresiune. Dacă P creşte, creşte şi numărul soluţiilor de compresiune, pînă cînd P atinge o valoare, după care numărul soluţiilor de compresiune descreşte pînă cînd nu mai există nici o astfel de soluţie. Rezultate analoage se găsesc pentru cazul cînd pe cercul frontieră se prescrie deplasarea radială, care va fi parametrul de control al problemei. Diagramele de bifurcaţie sînt în ambele cazuri asemănătoare celor din fig. 35.

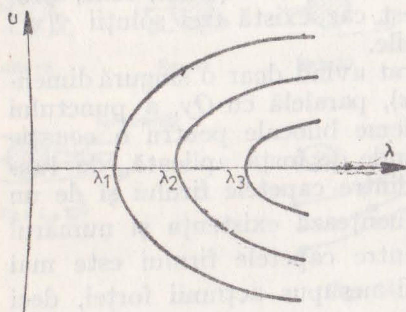


Fig. 35.

O modelare mai complicată (sub formă de problemă iniţială şi la limită pentru o ecuaţie neliniară cu derivate parţiale) este asociată unui fir (coardă) inextensibil(ă) în rotaţie. Dacă se presupune că soluţiile acelui model sînt sub formă de moduri normale, atunci se poate demonstra că aceste soluţii există numai pentru anumite viteze de rotaţie ale firului şi anume pentru viteze mai mari decît o anumită valoare.

Rezultatele schiţate arată că sistemele elastice sînt sisteme sinergetice în care au loc autoorganizări repetate ale microcomponentelor lor, determinate de creşterea parametrului de control (încărcarea, tensiunea exterioară aplicată sistemului elastic) şi modelate de bifurcaţii ale soluţiilor modelelor lor matematice. Aceeaşi concluzie

reiese și din exemplele următoare. Astfel, o altă problemă celebră în teoria sistemelor elastice este încovoierea barelor verticale, încastrate la capătul de jos și supuse acțiunii unei forțe P în lungul acestei bare (fig. 36); ea este cunoscută ca problema lui Euler.

Echilibrul barei este descris de o problemă bilocală pentru o ecuație diferențială neliniară în care parametrul de control este încărcarea P din lungul barei. Pentru valori mici ale încărcării, bara se află în echilibru și este nedeformată. Această stare a sa este caracterizată de soluția nulă, soluție ce există pentru toți P, dar care este stabilă doar pînă la un P_2, cînd ea își pierde și stabilitatea și unicitatea. În acest punct, din curba de soluții nule $y(x) = 0$ se bifurcă un continuum de soluții nenule, fiecare corespunzînd unui $P > P_2$ și modelînd o stare de deformare $y(x)$ a barei. Diagrama de bifurcație a acestei deformații (flambaj) este dată tot în fig. 36, fiecare punct desenat distinct pe diagramă reprezentînd o soluție de echilibru.

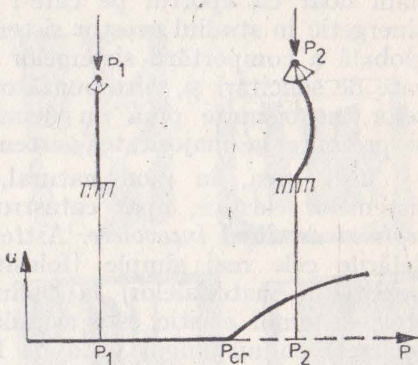


Fig. 36.

Un comportament analog prezintă și flambajul plăcilor. Fie, de exemplu, o placă cu frontieră circulară, supusă acțiunii unei forțe de compresiune normale la frontieră (și în planul plăcii), frontiera fiind fixată rigid. Un model aproximativ, de asemenea important în teoria elasticității și a bifurcației, este modelul lui Kármán, constînd dintr-o problemă la limită omogenă pentru un sistem de două ecuații diferențiale ordinare, de ordin doi, neliniare, în două funcții necunoscute, reale. Mulțimea soluțiilor acestui model posedă puncte de bifurcație în punctele care sînt valorile proprii ale problemei liniarizate în jurul stării corespunzătoare plăcii neîncovoiate.

Flambajul barelor și plăcilor este un comportament macroscopic care apare în urma unei cooperări microscopice, deci este rezultatul unei autoorganizări a sistemului elastic; într-adevăr, deformarea nu are loc pe direcția sau, respectiv în planul acțiunii exterioare, cum s-ar fi întîmplat dacă organizarea sistemului ar fi fost exterioară. De aceea, flambajul barelor este analog apariției convecției, a vîrtejurilor lui Taylor și a altor fenomene spectaculoase din sinergetică. Specificul sistemelor elastice

este mica mobilitate a microcomponentelor, spre deosebire de situaţia din sistemele fluide, chimice şi fizice, ceea ce implică tipurile de comportamente specificate.

Sistemele elastice intervin atît de mult în tehnică, construcţii de maşini, construcţii civile, încît aici menţionăm doar că aportul pe care-l aduce punctul de vedere sinergetic în studiul acestor sisteme este privirea calitativă globală a comportării sistemelor elastice la o mare varietate de solicitări şi, corespunzător, controlul comportamentelor, neobişnuite pînă nu demult, dar acum cunoscute şi prezente la majoritatea sistemelor sinergetice.

De aceea, în mod natural, în studiul comportării sistemelor elastice, apar catastrofe elementare, legate de *regimul de după încovoiere*. Astfel, în cazul static, în modelările cele mai simple [folosite în ingineria mecanică (rezistenţa materialelor) la poduri, macarale, mecanisme etc.] sistemul elastic este asimilat cu un sistem mecanic (discret) cu un singur grad de libertate, de exemplu un unghi q, energia potenţială V a sistemului fiind un polinom de grad 4 în q cu coeficienţi depinzînd de mai mulţi parametri, dintre care cel mai important este încărcarea. Deoarece punctele critice ale lui V corespund stărilor de echilibru ale sistemului, rezultă că V este o deformare a catastrofei întoarcere, fiecare astfel de echilibru fiind un punct al suprafeţei catastrofă corespunzătoare. În fiecare punct al mulţimii bifurcaţie, sistemul dinamic, corespunzător sistemului elastic, prezintă o bifurcaţie statică, datorită pierderii stabilităţii unui echilibru şi înlocuirii sale cu un nou echilibru. Acest fenomen este legat şi de fenomenul de histerezis (fig. 20). Comportări mai complicate ale sistemului dinamic apar în cazul mai multor grade de libertate şi, mai general, în cazul sistemelor elastice modelate ca medii continue. În acest din urmă caz, la pierderea stabilităţii unui echilibru al unei plăci, pot apărea deformări sub formă de celule hexagonale ca în convecţia Bénard (fig. 37). Această analogie este însă mai profundă, deoarece mecanica fluidelor şi teoria elasticităţii sînt două ştiinţe foarte înrudite, avînd la bază aceleaşi principii de bilanţ mecanice şi termodinamice, diferenţa dintre ele derivînd din deosebirea legilor lor de

material. Este, deci, firesc un comportament analog al fluidelor și materialelor elastice. Astfel, o frumoasă paralelă poate fi făcută între instabilitățile convective și instabilitățile unei mantale cilindrice circulare supuse acțiunii unei compresiuni axiale. În acest ultim caz pierderea

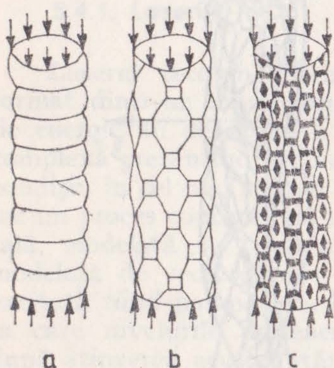


Fig. 37.

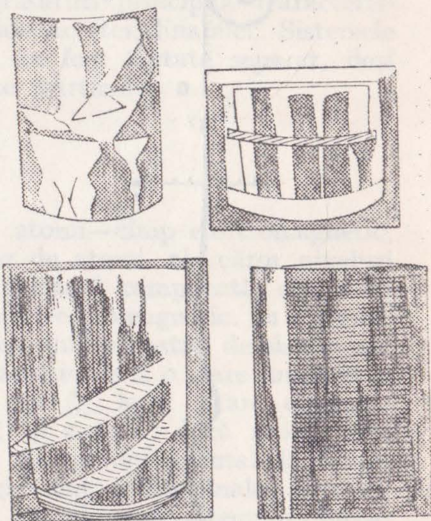


Fig. 38.

instabilității mantalei poate fi axial simetrică (fig. 37,a), axial nesimetrică în tablă de șah (fig. 37,b) sau axial nesimetrică în formă romboidală (fig. 37,c) care amintesc structurile celulare convective periodice în variabilele spațiale. În fig. 38 sînt arătate alte tipuri de pierderi de stabilități prin bifurcări de noi structuri spațiale posedînd periodicități. Comportarea mai simplă sau mai complicată poate fi urmărită în spațiul fazelor: în fig. 39, a apar traiectorii simple în jurul unui punct atractiv, în fig. 39,b – traiectoriile ce tind către o orbită periodică, iar în figura 39,c sînt date cîteva exemple de dinamici mai complicate și traiectorii mai contorsionate [20].

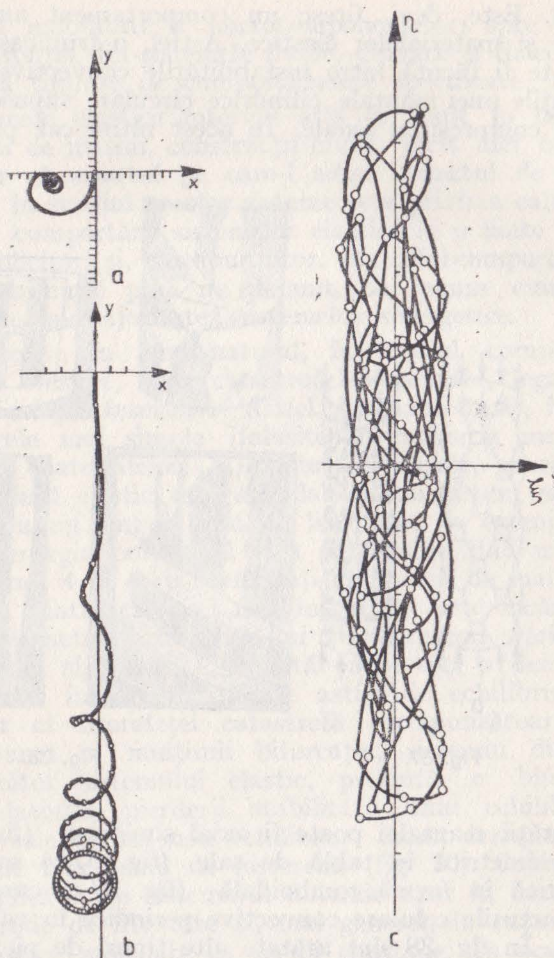


Fig. 39.

5.4. SISTEME FIZICE

Sistemele fizice reprezintă unele dintre cele mai mult studiate sisteme sinergetice, neliniaritatea modelelor matematice atașate lor conducînd la dinamici complicate,

caracterizate de instabilități, ierarhii de bifurcații sau comportări haotice. În aceste sisteme au loc efecte cooperative ca, de exemplu, autoorganizarea și tranzițiile de fază. Numărul mare de sisteme fizice ne-a determinat să ne oprim numai asupra cîtorva exemple tipice, pe cazul cărora vom semnala cîteva trăsături principale (caracteristice sistemelor sinergetice) ale acestei dinamici. Sistemele mecanice, fluide și elastice au fost tratate separat, deși ele constituie sisteme fizice particulare.

5.4.1. Laserii

Laserul este un sistem atomi—cîmp electromagnetic, format dintr-un mare număr de atomi, ale căror niveluri de energie au de obicei o structură complicată, structură complexă prezentînd și cîmpul electromagnetic. În anumite condiții, în cel mai simplu caz, într-un astfel de sistem are loc un proces continuu de tranziție de la o stare fundamentală, modelată de vectorul $\mathfrak{g} = \binom{0}{1}$, la o stare excitată, modelată de vectorul $\mathfrak{e} = \binom{1}{0}$ și anume: dacă atomii sînt excitați, fiind pompați de la starea fundamentală la o stare în care nivelurile de energie sînt foarte înalte, atunci, după atingerea acestei stări, atomii se dezintegrează într-o stare metastabilă în care rămîn pînă cînd sînt stimulați să emită radiație luminoasă, revenind la nivelul de energie bine determinat al stării fundamentale. Prin dezexcitare atomii elimină fotoni și amplifică orice semnal electromagnetic. Toate acestea se pot exprima astfel: laserul este sistemul în care lumina este amplificată prin stimularea emiterii de radiație (ceea ce, în limba engleză, are forma „*l*ight *a*mplification by *s*timulated *e*mission of *r*adiation", inițialele acestei expresii formînd cuvîntul laser). O stare arbitrară în care se află un atom al sistemului laser este o combinație liniară a lui $\mathfrak{g}$ și $\mathfrak{e}$, deci este un vector al unui spațiu bidimensional. Pe acest spațiu se pot defini anumiți operatori liniari, doi dintre ei ducînd starea $\mathfrak{g}$ în $\mathfrak{e}$ și invers, în timp ce aplicarea celui de-al treilea duce la creșterea stării excitate și la descreșterea celei fundamentale. Pentru n atomi se poate, corespunzător, defini un spațiu vectorial

2^n dimensional (notat H_A), cu o structură topologică foarte bună. Menționăm că situații mai complicate au loc dacă se consideră mai mult de două stări principale ($\mathfrak{g}$ și $\mathfrak{e}$). De asemenea, modelarea cîmpului electromagnetic al laserului admite mai multe modelări fizice și, corespunzător, matematice, cel mai simplu fiind cazul unui singur mod al acestui cîmp (un mod fiind descris de direcția de propagare a fotonilor, pe care-i conține un cîmp monocromatic de o anumită frecvență ν). În acest mod poate exista un număr de fotoni, astfel că starea sistemului (din punctul de vedere al cîmpului) este un vector dintr-un spațiu vectorial infinit dimensional H_F (spațiul Fock). Și pe acest spațiu ca și pe H_A se definesc trei operatori liniari (numiți anihilare, generare și număr de fotoni), primii doi ducînd o stare a cîmpului în alta cu un foton mai puțin sau, respectiv, mai mult. Interacțiunea atomi—cîmp este descrisă de un vector $\varphi \in H_F \otimes H_A$, unde $\otimes$ este produsul (tensorial) al spațiilor H_F și H_A, evoluția stărilor sistemului atomi—cîmp fiind dată, în mecanica cuantică, de ecuația lui Schrödinger $\mathcal{H}\varphi = i\hbar \frac{\partial\varphi}{\partial t}$, în care $\hbar$ este constanta lui Planck, iar $\mathcal{H}$ este un operator liniar (numit hamiltonian), care se exprimă cu ajutorul celor 6 operatori amintiți mai sus, al lui ν, $\hbar$, al constantei λ care arată cît de puternică este interacțiunea dintre atomi și cîmp. Operatorul $\mathcal{H}$ se poate scrie, în cazul dependenței exponențiale de timp a lui φ, ca o sumă de trei termeni legați respectiv de energia modului de cîmp, energia sistemului de atomi și termenul de interacțiune ce conduce la emisia de fotoni (deci de pompaj). Modelele matematice atașate laserilor (și care generalizează ecuația lui Schrödinger) sînt atît modele microscopice, statistice, cît și modele macroscopice, continue și depind de complexitatea modelelor fizice pe care se bazează. În particular, modelele continue corespund cazului existenței unui continuum de moduri de cîmp. În orice caz, în toate aceste modele, problemele matematice sînt ecuații diferențiale neliniare, în care funcțiile necunoscute sînt legate de atomi, cîmp și pompaj. În cazul continuu vom avea respectiv polarizarea P, cîmpul electric E și inversiunea D. Fie D_0 o inver-

siune obţinută prin procese de pompaj şi relaxare în laserul fără acţiune laser. Atunci, considerînd pe D_0 drept parametru de control, sistemul dinamic, în care (E, P, D) la un moment de timp t fixat este o fază (stare), prezintă o ierarhie de bifurcaţii (fig. 40) : pentru D_0 mici există o soluţie (a sistemului de ecuaţii diferenţiale, ataşat sistemului dinamic), staţionară, atractivă (fig. 40,a). În această situaţie atomii de laser sînt pompaţi (excitaţi) slab de sursele exterioare, laserul acţionînd ca o lampă obişnuită. Atomii emit, în mod independent (trenuri de) unde de faze aleatoare. Timpul de coerenţă este de ordinul a 10^{-11} s, astfel că fenomenul se desfăşoară la scară microscopică, atomii oscilînd aleator. Crescînd pompajul D_0, la un anumit prag dintr-o dată deschiderea luminii laser devine de ordinul unui ciclu pe secundă astfel că faza cîmpului rămîne neschimbată la scara macroscopică de 1 s. Deci laserul este într-o nouă stare (fig. 40,b) puternic ordonată la scară macroscopică, această stare luînd naştere printr-o bifurcaţie Hopf. Acum atomii oscilează cu aceeaşi fază, deşi ei sînt excitaţi printr-un pompaj aleator. Deci sistemul (laser) s-a autoorganizat. Coerenţa extraordinară a luminii laser s-a produs datorită cooperării atomilor. Creşterea şi mai mare a lui D_0 conduce la bifurcarea de tonuri (fig. 40,c) şi în final la o comportare haotică (fig. 40,d). Toate aceste comportări sînt prezise de studiul calitativ al sistemului dinamic menţionat, studiu incluzînd liniarizări, principii de liniarizare, de completitudine, stabiliate, bifurcaţie şi tot aparatul descris în cap. 2. De asemenea, se găseşte că la trecerea punctului de bufurcaţie, corespunzător fig. 40,b, are loc o tranziţie de fază de ordin doi, fenomenele critice din vecinătatea acestui punct de bifurcaţie putînd fi descrise cu ajutorul catastrofei întoarcere, ataşate lui $\mathcal{H}$. Experienţa confirmă aceste precizări teoretice.

Remarcăm că în tratarea acestui sistem în cazul unei influenţe exterioare aleatoare (zgomot) se poate separa o parte medie a soluţiei şi o fluctuaţie ; ecuaţiile pentru mărimile medii neînchizîndu-se ca şi în cazul turbulenţei fluidelor.

Tratarea microscopică a laserului aparţine celei de-a treia părţi a mecanicii statistice, anume a aceleia, care studiază procesele departe de echilibru, corespunzător

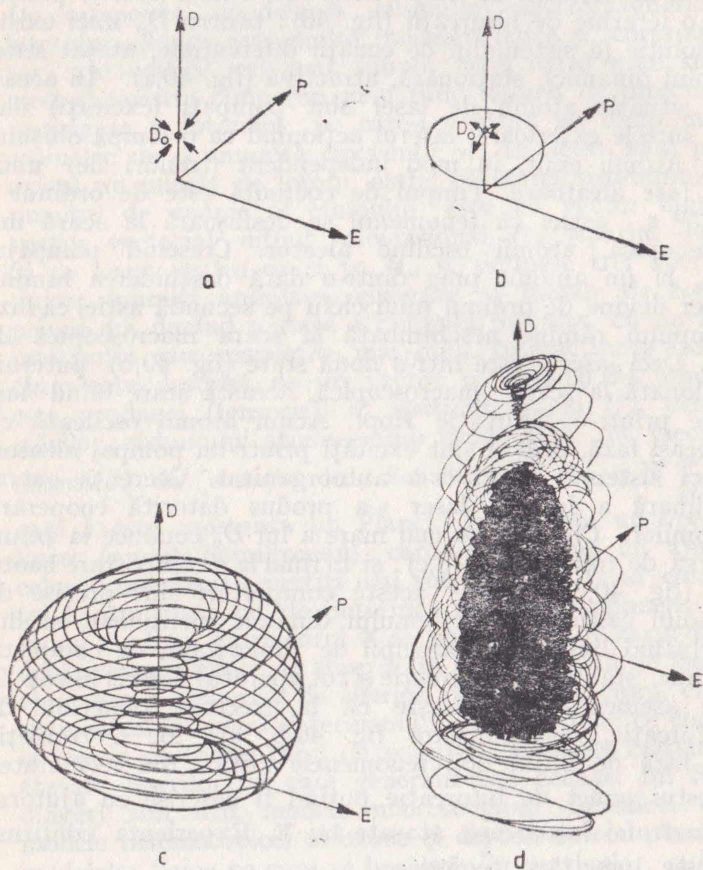


Fig. 40.

cărora, la scară macroscopică, se poate genera ordinea. Într-adevăr, din punct de vedere termodinamic (deci al transformării energiei sale) laserul este un sistem cuplat la rezervoare ce sînt menţinute la diferite temperaturi,

deci el este un sistem departe de echilibru (termodinamic). Rezultă că această parte a mecanicii statistice trebuie să se bazeze puternic pe teoria stabilității și a bifurcației, ierarhiile de instabilități și bifurcații fiind proprii proceselor departe de echilibru.

Deși ideea de bază a funcționării laserului, amplificarea și generarea coerentă a radiației electromagnetice prin emisie stimulată, își are originea în lucrările de bază ale lui Einstein (1917) asupra teoriei cuantice a emisiei și absorbției luminii, au fost necesari mai bine de 30 de ani pînă la realizarea sa practică. Prin lucrările lui N. G. Basov și A. M. Prohorov în U.R.S.S. și C. H. Townes în S.U.A. a fost elaborată teoria și realizat practic un oscilator în domeniul microundelor, bazat pe emisia stimulată. Apăruse maserul. Pentru lucrările lor fundamentale acești savanți au primit premiul Nobel pentru fizică în 1964. Fratele maserului, care să funcționeze, pe baza aceluiași principiu, în domeniul luminos, a fost realizat pentru prima dată în 1960 (T. H. Maiman) fiind numit laser. Spre mîndria noastră, menționăm că la scurt timp (1962), la București a fost pus în funcțiune primul laser românesc, R. S. România fiind prin aceasta una din primele țări care au avut un astfel de dispozitiv în funcțiune.

5.4.2. Fenomene de împrăștiere

Aceste fenomene intră sub incidența sinergeticii prin teoria catastrofelor și ele aparțin, printre altele, opticii, acusticii și teoriei undelor de șoc. Din optica geometrică menționăm caustica și curcubeul. Caustica este o curbă luminoasă pronunțată, la care razele de lumină sînt tangente. Causticile se formează de exemplu într-un vas, cu pereți laterali cilindrici, cînd lumina cade în vas și este reflectată de pereți. Explicația acestui fenomen a fost dată încă din 1857; recent s-a demonstrat că, în cazul tipic, causticile structural stabile sînt mulțimile bifurcație ale catastrofelor fald, întoarcere, coadă de rîndunică, ombilic eliptic și ombilic hiperbolic. Un caz particular de caustică în sens larg de curbă de mare intensitate ondula-

torie este curcubeul, care corespunde catastrofei fald. Explicaţia curcubeului [7] este următoarea : pentru lumina de lungime de undă constantă razele reflectate de o picătură de ploaie de formă sferică, după o reflexie internă, sînt înfăşurate pe o caustică, care este netedă şi devine aproape dreaptă chiar la o distanţă de picătură ceva mai mare de cîteva diametre. Datorită simetriei circulare, caustica se „roteşte" în jurul dreptei ce uneşte picătura cu Soarele, efectul fiind ca şi cînd picătura ar emite un con de lumină avînd drept axă acea dreaptă. La o altă lungime de undă avem un alt con de un alt unghi la vîrf (deschidere), astfel că efectul reflexiei luminii este formarea unor conuri coaxiale de culori diferite, corespunzătoare diferitelor lungimi de undă. Observatorul de pe Pămînt vede lumina de o anumită culoare numai în direcţia care corespunde unghiului din vîrful conului pentru acea culoare, de unde arcul multicolor al curcubeului. Existenţa mai multor arce de cerc este rezultatul reflexiei multiple a razelor. Dacă observatorul este aşezat pe o înălţime, atunci el poate vedea arce de cerc complete. Această explicaţie este diferită de cea existentă în unele manuale elementare, în care se consideră că razele emergente de o anumită culoare sînt paralele şi sînt în planul central. De fapt, razele de toate culorile pornesc în orice direcţie din interiorul conului şi numai intensitatea extrem de mare a diferitelor culori în diferitele direcţii determinate de causticile fald le opreşte să se recombine în lumină albă. De aceea spre interior curcubeul este mai luminos decît spre exterior.

Alte împrăştieri (în afara celor optice) şi, corespunzător, alte caustici apar cînd fascicolul este format din particule, unde sau unde—particule şi trece printr-un centru de împrăştiere, deviaţia razelor fiind măsurată de la mare distanţă. O astfel de caustică este curcubeul cuantic, caustica cuspidală datorată refracţiei luminii prin lentile imperfecte (efectul corespunzător fiind numit aberaţie sferică ; alte aberaţii datorită unor formări de caustice sînt : coma, astigmatismul, curbura lui Petzval, distorsiunea etc.), caustica formată de lumina refractată de o picătură asimetrică de apă pe sticlă (fig. 41,b). În fig. 41,a este re-

prezentată forma (îngroșată) a unei caustice într-o ceașcă de cafea. Cercul la care această caustică este tangentă reprezintă o secțiune dreaptă în peretele ceștii. Desenele de caustici sînt reprezentate în alb-negru, aceste curbe fiind în cazul optic luminoase, iar restul — întunecat. Neconcordanța teoriei geometrice a opticii cu realitatea a condus la optica ondulatorie, bazată pe un aparat matematic mai complicat al ecuațiilor cu derivate parțiale, caz în care se pun de asemenea în evidență catastrofele și mulțimile lor de bifurcație, care sînt caustici ce concordă mai bine cu cele din realitate. Cu ajutorul teoriei catastrofelor se explică împrăștierea atomilor de către un cristal, causticile formate de refracție printr-o sticlă; caustica întoarcere din acustică, care apare cînd variațiile presiunii produc unde sonore care se curbează parabolic în apă, ricoșînd de la suprafața mării (acest efect fiind important în hidrolocație). Multe alte efecte optice prezintă caustici nestructural stabile, care apar în mod natural datorită simetriei sistemului. Ele sînt atipice și încă insuficient studiate. Dintre alte fenomene optice

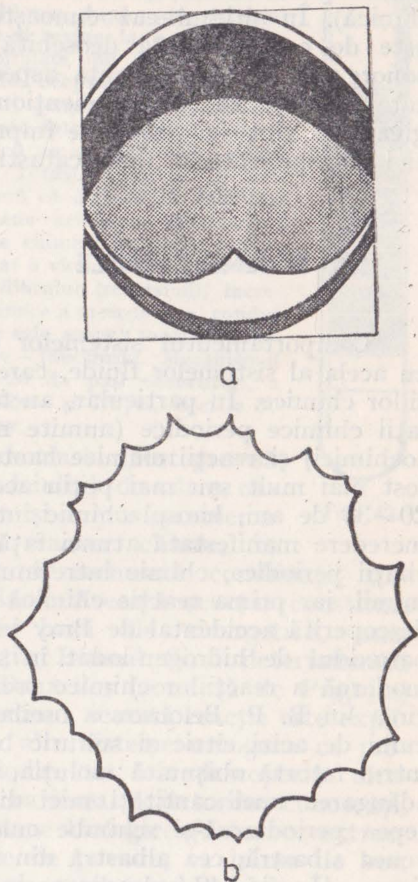


Fig. 41.

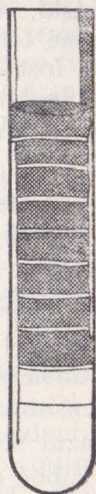
şi de împrăştiere explicate de teoria catastrofelor, mai menţionăm: mirajele, exploziile sonice, undele de şoc (de la care au derivat denumirile de catastrofă Riemann-Hugoniot pentru catastrofa întoarcere, fald şi coadă de rîndunică). În ultimul caz cunoaşterea exactă a causticilor este de o importanţă deosebită pentru evitarea poluării sonore; de aici importanţa aspectului cantitativ al teoriei catastrofelor. În sfîrşit menţionăm că valurile oceanice gigantice sînt fenomene de împrăştiere şi formează caustici corespunzătoare unor catastrofe.

5.5. SISTEME CHIMICE

Comportamentul sistemelor chimice este asemănător cu acela al sistemelor fluide, care constituie suportul reacţiilor chimice. În particular, au fost puse în evidenţă oscilaţii chimice periodice (numite mai înainte oscilatori fotochimici) şi reacţii chimice haotice. Oscilaţiile chimice au fost mai mult sau mai puţin acceptate de chimişti acum 20—30 de ani, haosul chimic întîmpină acum aceeaşi neîncredere manifestată atunci faţă de oscilaţii. Primele oscilaţii periodice, chimic întreţinute, observate sînt bătăile inimii, iar prima reacţie chimică oscilantă omogenă a fost descoperită accidental de Bray în anul 1921 şi ea priveşte paroxidul de hidrogen-iodat în soluţie apoasă acidă; era modernă a reacţiilor chimice oscilante începe cu descoperirea lui B. P. Belousov a oscilaţiilor în culoarea amestecului de acizi citric şi sulfuric bromat şi o sare de cesiu într-o retortă obişnuită: soluţia, iniţial fără culoare, după adăugarea unei cantităţi mici dintr-o altă substanţă, începea periodic să-şi schimbe culoarea, culoarea roşie devenea albastră, cea albastră din nou roşie şi tot aşa mult timp. (În fig. 42 culoarea roşie a fost reprezentată prin alb, cea albastră prin negru.)

Mai exact, apariţia spontană a structurilor în reacţia Belousov—Jabotinski are loc astfel: volume egale de $Ce_2(SO_4)_3$, $KBrO_3$, $CH_2(COOH)_2$ şi H_2SO_4 se amestecă cu grijă împreună cu o mică cantitate de indicator de oxidare-dezoxidare. O anumită cantitate din amestecul omogen se toarnă într-o eprubetă şi se menţine la temperatura constantă de 21 °C.

Dintr-o dată apar oscilații periodice prin care culoarea se schimbă, din roșul corespunzător excesului de Ce^{3+} în albastrul care arată excesul de Ce^{4+}, perioada fiind de 4 min. După un timp aceste oscilații încep să prezinte neomogenitate a concentrației, din care alternativ se formează straturile de culoare roșie și albastră. Deoarece eprubeta este un sistem închis, o astfel de structură spațială nu se poate menține decît în jur de 30 min, după care sistemul se apropie de starea de echilibru și revine la o distribuție uniformă a materiei. Undele spiralate din reacția Belousov — Jabotinski pot fi vizualizate. Scepticismul chimiștilor a făcut ca lucrarea lui Belousov, propusă spre publicare mai întîi în 1951, să fie publicată într-o revistă sovietică, medicală, mai puțin cunoscută, cu un an înainte de moartea acestuia, survenită în 1960. Totuși, deoarece la acea dată Prigojin și școala sa arătaseră că departe de echilibru pot apărea o mulțime de fenomene neliniare, astfel că o oscilație chimică (adică o reacție chimică în regim oscilatoriu) nu constituie în mod necesar o violare a termodinamicii, ci doar a termodinamicii echilibrului (reversibil), încrederea în semnificația oscilației chimice a crescut și a condus pe Jabotinski în 1964 la studiile sale asupra reacției cunoscute acum ca reacția Belou-sov — Jabotinski. Mecanismul detaliat al acesteia, constînd din 20 de pași elementari, a fost explicat în 1972 de Field, Körös și Noyes, deci la 50 de ani după descoperirea lui Bray.


Fig. 42.

Reacția Belousov — Jabotinski a fost prezisă matematic (din vîrful condeiului) de către englezul A. Turing (1952) care și-a pus problema dacă nu cumva într-un reactor chimic, în condițiile reacției chimice, se formează combinații stabile de produse intermediare. Această reacție constituie unul dintre exemplele de bază ale sinergeticii, analogia dintre ea și convecția Bénard fiind determinantă în cercetările școlii de la Bruxelles (condusă de Prigojin) din jurul anilor 1960. În prezent această reacție este explicată și recunoscută. Multe alte sisteme omogene ce prezintă oscilații chimice periodice au fost descoperite ulterior fie accidental, fie prin varierea oscilatorilor cunoscuți, fie prin extragerea din sisteme biologice (deoarece extractele necelulare de materiale de pornire, ca inima de bou sau drojdia, derivă dintr-un oscilator biochimic — procesul de glicoliză, fie prin construire de oscilatori chimici (prima astfel de proiectare sistematică fiind realizată în 1980 cu ajutorul unor cuve care amestecă curgerea continuă). Dispunîndu-se de un mare număr de oscilatori chi-

mici, a fost posibilă evidențierea și a altor comportări caracteristice sistemelor neliniare ca structuri spațiale și haos chimic. Acest haos a fost pus în evidență experimental sau modelat matematic în reacția Belousov—Jabotinski, în oxidarea catalizată cu peroxid a NADH, în sisteme fotochimice, în clorit-tiosulfat. Astfel de comportări au fost studiate în special de către grupele de cercetători de la Austin și Bordeaux. Oscilatorii fotochimici sînt reacții fotochimice cu oscilații periodice sau aperiodice și au loc cînd o specie anorganică se dizolvă într-un solvent organic. Dacă specia dizolvată este iluminată cu o excitație de o anumită lungime de undă, atunci ea emite lumină cu o lungime de undă mai mare și este fluorescentă. Dacă o celulă care conține soluție este iradiată cu excitația de o anumită lungime de undă și avînd intensitatea constantă, atunci se observă o emisie variabilă în timp (uneori de intensitate periodică). Cînd s-a observat direct celula, în cazul sistemului biacetil lumina emisă era verde intens, vizibilă cu ochiul liber. În loc să se vadă că porțiunea iluminată a celulei sclipea alternativ verde și întunecat, s-a constatat că benzile verzi se mișcau transversal pe celulă aparent în interiorul și în afara regiunii investigate de detectorul din instrument, deci soluția oscila în spațiu și nu în timp.

Deși în sistemele chimice s-au introdus modele matematice care generalizează modelul Navier—Stokes, tratarea bifurcației și stabilității fiind total analoagă celei din sistemele fluide, totuși în problemele expuse modelele matematice continuă să fie rudimentare. De asemenea, neîncrederea în interpretările prezentate vine din aceea că în mare măsură excitațiile luminoase produc căldură și anume gradienți, care conduc la convecții de tip Bénard. De aceea, problema haosului în sistemele chimice nu poate fi considerată ca rezolvată, mai ales pînă cînd ea nu va fi separată de problema de mișcare mecanică fluidă.

5.6. SINERGETICA ÎN TEHNICĂ

Cu cît modelele unei teorii sînt mai generale, cu atît aria de aplicabilitate a predicțiilor acelei teorii este mai largă. Cum sinergetica se aplică în studiul atîtor sisteme sinergetice generale: mecanice, fizice, chimice, descrise în paragrafele precedente, rezultă că, indirect, aplicațiile acestor științe legate de obiectul sinergeticii constituie aplicații și ale sinergeticii. Afară de aceste aplicații indirecte există și altele particulare, dar directe, dintre care menționăm efecte tranzitorii și sinergetice în eroziunea cu particule solide a siliciului; sinergetismul dintre irigare și fertilizare în funcție de condițiile ecologice; eroziune-coroziune sinergetică a superaliajelor în efluenții arzătorului de cărbune P. F. B.; influența ionilor de zinc asupra transferului unielectronic, mecanism posibil al acțiunii sinergetice a antioxidanților; evaluarea eficienței sistemelor energetice nucleare sinergetice în curs de elaborare; acțiunea sinergetică a oxigenului și a cloraților asupra coroziunii oțelului carbon, fenomene sinergetice în aprinderea prin scînteie a amestecurilor propan—aer și metan—aer; cataliza reacțiilor de oxidare în faza lichidă a hidrocarburilor utilizînd cupluri sinergetice conținînd compuși ai metalelor din grupa a II-a; efect sinergetic în cataliza omogenă a reacțiilor de oxidare în faza lichidă a hidrocarburilor utilizînd cupluri sinergetice conținînd compuși ai metalelor din grupa a II-a; efect sinergetic în cataliza omogenă a reacțiilor de oxidare în lanț în faza lichidă; sinergia în procesul de propagare a flacării; efecte biologice sinergetice ale ultrasunetelor și ale radiațiilor ionizante evaluate în vitro; studiul sinergiilor care stabilizează omul în poziție verticală; utilizarea antibioticelor sinergetice în tratarea infecțiilor; efecte sinergetice ale metalelor pulverizate cu sulfură de molibden; evaluarea teoretică a stabilizării sinergetice a radicalilor liberi; sinergismul dintre glucoză și aminoacizi în raport cu eliberarea de insulină în vitro; abordarea sinergetică a explorării; sinergia la catalizatorii de hidroprelucrare; sinergia dintre mediul ambiant, starea de torsiune și dimensiunea secțiunii în cursul fluajului; efecte sinergetice ale abrazării

și coroziunii în cursul uzurii ; sinergetica mecanicii ruperii în evaluarea duratei de viață la oboseală. Multe alte aplicații ale sinergeticii au fost menționate în alte paragrafe ; aici mai cităm cîteva situații în care apare bifurcația Hopf, deci oscilațiile parazite : la pompe de aer, oscilațiile spontane în sisteme structurale (ca de exemplu flutterul), electrice, nucleare, oscilațiile din atmosferă și ale cîmpului magnetic terestru, în tranziția spre turbulență a fluidelor, în general, undele liniare și neliniare.

Cuvintele sinergie și sinergism aparțin aceleași familii ca și sinergetica. Sinergia este acțiune simultană îndreptată în același sens pentru îndeplinirea aceleiași funcțiuni a mai multor organe sau a mai multor agenți ; acest cuvînt este folosit în fiziologie, combustie, chimie, rezistența materialelor. Sinergismul este folosit în chimie pentru a desemna intensificarea acțiunii a două substanțe prin asocierea lor. Aceste cuvinte sînt deja de circulație internațională.

Deși nu se află decît în fază de constituire și cristalizare ca știință, gama largă de aplicații și posibilitățile noi de abordare a fenomenelor au determinat creșterea continuă a interesului specialiștilor din cele mai diverse domenii față de obiectul și metodele sinergeticii — platformă de amplă cooperare și conlucrare multidisciplinară.

Bibliografie

1. *Springer Series in Synergetics*, vol. 1–30, editor H. Haken, Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg–New York–Tokyo, 1977–1985.
2. *Recent Advances in Statistical Mechanics, Proceedings of the Brașov International School*, August–September 1979, ICEFIZ.
3. CRIȘAN, M., ANGHEL, A L., *Tranziții de fază și fenomene critice*. Cluj, Ed. Dacia, 1983.
4. GEORGESCU, A. *Teoria stabilității hidrodinamice*. București, Ed. Științifică și Enciclopedică, 1976; ed. engleză în Ed. Martinus Nijhoff din Olanda, 1985.
5. PETRESCU S., PETRESCU, V. *Principiile termodinamicii*. București, Ed. Tehnică, 1983.
6. SHIRER, H. N., WELLS, R. *Mathematical structure of the singularities at the transitions between steady states in hydrodynamic systems*. Lecture Notes in Physics *185*, Berlin, Springer Verlag, 1983.
7. POSTON, T., STEWART, I. N. *Teoria catastrofelor și aplicațiile ei* (tr. din l. engleză). București, Ed. Tehnică, 1985.
8. BRUCE, J. T., GIBLIN, P. J. *Curves and singularities*. Cambridge, Cambridge University Press, 1985.
9. REIF, F. *Fizică statistică*, Cursul de Fizică Berkeley, vol. 5. București, Ed. Didactică și Pedagogică, 1983.
10. JACOB, C. *Introduction mathématique a la mécanique des fluides*. Bucarest–Paris, Gauthier–Villars, 1959.
11. SĂVULESCU, St. N. *Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă*, București, Ed. Acad. R.S.R., 1968.
12. KLIMONTOVICI, N. *Sinerghetika*. În: Znanie–Sila, 1982, 1983.
13. KURDIUMOV, S. P., MALINEȚKI, G. G. *Sinerghetika — teoria samoorganizații. Idei, metodî, perspektivî*. Moscova, Znanie, 1983.
14. BRAUN, M. *Differential equations and their applications*. În: Applied Mathematical Sciences 15 (ed. a III-a), New York, Springer, 1983.
15. HALANAY, A. *Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale*, București, 1956.
16. LORENZ, E. N. *Deterministic nonperiodic flow*. În: J. Atmos. Sci. 20 (1963) 130.
17. SPARROW, C. *The Lorenz equations: bifurcations, chaos and strange attractors*. În Applied Mathematical Sciences 41, Berlin, Springer, 1982.
18. UDRIȘTE, C., TĂNĂSESCU, E. *Minime și maxime ale funcțiilor reale de variabile reale*. București, Ed. Tehnică, 1980.
19. GIONCU, V. IVAN, M. *Teoria comportării critice și postcritice a structurilor elastice*. București, Ed. Academiei, 1984.
20. RIPIANU, A., CRĂCIUN, I. *Calculul dinamic și de rezistență al arborilor drepți și cotiți*. Cluj, Ed. Dacia, 1985.

CUPRINS

Sinergetica, un nou domeniu inter- şi multidisciplinar de cercetare a autoorganizării sistemelor deschise complexe, departe de echilibru, are tot mai mulţi adepţi din diferite domenii ale ştiinţei: fizică, termodinamică, mecanică, chimie, biologie şi chiar sociologie, constituindu-se ca o metaştiinţă a structurării macroscopice datorită cooperării microscopice, cu idei, metode, instrumente de investigaţie unitare.

Lucrarea prezintă interes pentru specialişti din orice ramură a ştiinţei şi tehnicii, prin problematica actuală şi de perspectivă a dezvoltării ştiinţei contemporane, prin abordarea neclasică a problemelor neliniare (autounde, solitoni, catastrofe, haos determinist etc.) şi prin expunerea clară şi intuitivă, însoţită de multe exemple şi figuri.



Lei 8,25